GOVERNO DE PORTUGAL

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA

Programa e Metas Curriculares Matemática

Ensino Básico

Programa de Matemática para o Ensino Básico

Coordenação pedagógica

Helena Damião – Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra
Isabel Festas – Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra

Coordenação científica

António Bivar – Universidade Lusíada de Lisboa; aposentado da Fac. de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Grosso – Escola Secundária c/ 3.º Ciclo de Pedro Nunes
Filipe Oliveira – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
Maria Clementina Timóteo – Agrupamento de Escolas de Queluz-Belas, Unidade Padre Alberto Neto

Metas Curriculares de Matemática - Ensino Básico

Autores

António Bivar – Universidade Lusíada de Lisboa; aposentado da Fac. de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Grosso – Escola Secundária c/ 3.º Ciclo de Pedro Nunes
Filipe Oliveira – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
Maria Clementina Timóteo – Agrupamento de Escolas de Queluz-Belas, Unidade Padre Alberto Neto

Consultores

António St. Aubyn – Universidade Lusíada de Lisboa
Armando Machado – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Andrade – Escola Secundária de Mem Martins
Eduardo Marques de Sá – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
João Carriço – Agrupamento de Escolas D. Filipa de Lencastre
Jorge Buescu – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Luís Sanchez – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Miguel Ramos – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Programa de Matemática

Ensino Básico

(homologado a 17 de junho de 2013)

PROGRAMA DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO BÁSICO

1. INTRODUÇÃO

A última Revisão da Estrutura Curricular, legitimada no Decreto-lei n.º 139/2012 de 5 de julho, bem como no Despacho n.º 5306/2012 de 18 de Abril, visa melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem, através de uma cultura de rigor e de excelência desde o Ensino Básico.

De modo coerente com as diretrizes expressas nesses diplomas, a organização curricular da disciplina de Matemática nestes níveis de escolaridade é guiada pelo princípio de que deve ficar claramente estabelecido quais os conhecimentos e as capacidades fundamentais que os alunos devem adquirir e desenvolver. Com base em investigação recente sobre o ensino da Matemática, adota-se uma estrutura curricular sequencial, que se justifica atendendo a que a aquisição de certos conhecimentos e o desenvolvimento de certas capacidades depende de outros a adquirir e a desenvolver previamente. Promove-se desta forma uma aprendizagem progressiva, na qual se caminha etapa a etapa, respeitando a estrutura própria de uma disciplina cumulativa como a Matemática. Note-se também que a abstração desempenha um papel fundamental na atividade Matemática, permitindo agregar e unificar objetos, conceitos e linhas de raciocínio, e adaptar métodos e resultados conhecidos a novos contextos. É no entanto reconhecido que a aprendizagem da Matemática, nos anos iniciais, deve partir do concreto, pelo que é fundamental que a passagem do concreto ao abstrato, um dos propósitos do ensino da Matemática, se faça de forma gradual, respeitando os tempos próprios dos alunos e promovendo assim o gosto por esta ciência e pelo rigor que lhe é característico.

No sentido de concretizar estas intenções, elaboraram-se as Metas Curriculares de Matemática, homologadas a 3 de Agosto de 2012. Encontram-se elencados, nas Metas Curriculares, objetivos gerais que são especificados por descritores, redigidos de forma concisa e que apontam para desempenhos precisos e avaliáveis. O documento foi construído com base nos conteúdos temáticos expressos no Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007. A organização desses conteúdos numa hierarquia de ensino coerente e consistente originou alguns desfasamentos pontuais entre esse Programa e as Metas Curriculares. Com o presente documento ficam inteiramente harmonizados os conteúdos programáticos com as Metas Curriculares.

Este Programa e as Metas Curriculares constituem, pois, o normativo legal para a disciplina de Matemática no Ensino Básico, sendo, em conformidade, de utilização obrigatória pelas escolas e professores. Em ambos está subjacente a preocupação de potenciar e aprofundar a compreensão, que se entende ser um objetivo central do ensino. Efetivamente, o desenvolvimento da compreensão - que resulta da ampliação contínua e gradual de uma complexa rede de regras, procedimentos, factos, conceitos e relações que podem ser mobilizados, de forma flexível, em diversos contextos - deve ocupar o centro das preocupações das escolas e dos professores, com vista a melhorar a qualidade da aprendizagem da Matemática no nosso país.

2. FINALIDADES DO ENSINO DA MATEMÁTICA

Destacam-se três grandes finalidades para o Ensino da Matemática: a estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade.

1. **A estruturação do pensamento** – A apreensão e hierarquização de conceitos matemáticos, o estudo sistemático das suas propriedades e a argumentação clara e precisa, própria desta disciplina, têm um papel primordial na organização do pensamento, constituindo-se como uma gramática basilar do raciocínio hipotético-dedutivo. O trabalho desta gramática contribui para alicerçar a capacidade de elaborar análises objetivas, coerentes e comunicáveis. Contribui ainda para melhorar a capacidade de argumentar, de justificar adequadamente uma dada posição e de detetar falácias e raciocínios falsos em geral.

2. **A análise do mundo natural** – A Matemática é indispensável a uma compreensão adequada de grande parte dos fenómenos do mundo que nos rodeia, isto é, a uma modelação dos sistemas naturais que permita prever o seu comportamento e evolução. Em particular, o domínio de certos instrumentos matemáticos revela-se essencial ao estudo de fenómenos que constituem objeto de atenção em outras disciplinas do currículo do Ensino Básico (Física, Química, Ciências da Terra e da Vida, Ciências Naturais, Geografia…).

3. **A interpretação da sociedade** – Ainda que a aplicabilidade da Matemática ao quotidiano dos alunos se concentre, em larga medida, em utilizações simples das quatro operações, da proporcionalidade e, esporadicamente, no cálculo de algumas medidas de grandezas (comprimento, área, volume, capacidade,…) associadas em geral a figuras geométricas elementares, o método matemático constitui-se como um instrumento de eleição para a análise e compreensão do funcionamento da sociedade. É indispensável ao estudo de diversas áreas da atividade humana, como sejam os mecanismos da economia global ou da evolução demográfica, os sistemas eleitorais que presidem à Democracia, ou mesmo campanhas de venda e promoção de produtos de consumo. O Ensino da Matemática contribui assim para o exercício de uma cidadania plena, informada e responsável.

Estas finalidades só podem ser atingidas se os alunos forem apreendendo adequadamente os métodos próprios da Matemática. Em particular, devem ser levados, passo a passo, a compreender que uma visão vaga e meramente intuitiva dos conceitos matemáticos tem um interesse muito limitado e é pouco relevante, quer para o aprofundamento do estudo da Matemática em si, quer para as aplicações que dela se possam fazer. Não é possível, por exemplo, determinar as propriedades de um objeto que não se encontra adequadamente definido. Nesse sentido, as Metas Curriculares, articuladas com o presente Programa, apontam para uma construção consistente e coerente do conhecimento.

O gosto pela Matemática e pela redescoberta das relações e dos factos matemáticos – que muitas vezes é apresentada como uma finalidade isolada – constitui um propósito que pode e deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas. Neste sentido, é decisivo para a educação futura dos alunos que se cultive de forma progressiva, desde o 1.º ciclo, algumas características próprias da Matemática, como o rigor das definições e do raciocínio, a aplicabilidade dos conceitos abstratos ou a precisão dos resultados.

3. OBJETIVOS

Para alcançar os propósitos anteriormente enunciados, estabeleceram-se os objetivos que traduzem os desempenhos fundamentais que os alunos deverão evidenciar em cada um dos três ciclos de escolaridade básica. Esses desempenhos são explicitados por verbos a que se atribuem significados específicos em cada ciclo e que servem de base à leitura dos descritores elencados nas Metas Curriculares. Com efeito, cada descritor inicia-se por um verbo, na quase totalidade dos casos constante das listas abaixo.

1.º Ciclo – Neste ciclo requerem-se os quatros desempenhos seguintes, com o sentido que se especifica:

(1) Identificar/designar: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, não se exigindo que enuncie formalmente as definições indicadas (salvo nas situações mais simples), mas antes que reconheça os diferentes objetos e conceitos em exemplos concretos, desenhos, etc.
(2) Estender: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, reconhecendo que se trata de uma generalização.
(3) Reconhecer: O aluno deve reconhecer intuitivamente a veracidade do enunciado em causa em exemplos concretos. Em casos muito simples, poderá apresentar argumentos que envolvam outros resultados já estudados e que expliquem a validade do enunciado.
(4) Saber: O aluno deve conhecer o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.

2.º Ciclo – Neste ciclo requerem-se os quatros desempenhos seguintes, com o sentido que se especifica:

(1) Identificar/designar: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, sabendo definir o conceito apresentado como se indica ou de maneira equivalente, ainda que informal.
(2) Estender: O aluno deve definir o conceito como se indica ou de forma equivalente, ainda que informal, reconhecendo que se trata de uma generalização.
(3) Reconhecer: O aluno deve conhecer o resultado e saber justificá-lo, eventualmente de modo informal ou recorrendo a casos particulares. No caso das propriedades mais complexas, deve apenas saber justificar isoladamente os diversos passos utilizados pelo professor para as deduzir, bem como saber ilustrá-las utilizando exemplos concretos. No caso das propriedades mais simples, poderá ser chamado a apresentar de forma autónoma uma justificação geral um pouco mais precisa.
(4) Saber: O aluno deve conhecer o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.

3.º Ciclo – Neste ciclo requerem-se os sete desempenhos seguintes, com o sentido que se especifica:

(1) Identificar/designar: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, sabendo definir o conceito apresentado como se indica ou de forma equivalente.
(2) Reconhecer: O aluno deve apresentar uma argumentação coerente ainda que eventualmente mais informal do que a explicação fornecida pelo professor. Deve, no entanto, saber justificar isoladamente os diversos passos utilizados nessa explicação.

(3) Reconhecer, dado…: O aluno deve justificar o enunciado em casos concretos, sem que se exija que o prove com toda a generalidade.
(4) Saber: O aluno deve conhecer o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.
(5) Provar/Demonstrar: O aluno deve apresentar uma demonstração matemática tão rigorosa quanto possível.
(6) Estender: Este verbo é utilizado em duas situações distintas:
    (a) Para estender a um conjunto mais vasto uma definição já conhecida. O aluno deve definir o conceito como se indica, ou de forma equivalente, reconhecendo que se trata de uma generalização.
    (b) Para estender uma propriedade a um universo mais alargado. O aluno deve reconhecer a propriedade, podendo por vezes esse reconhecimento ser restrito a casos concretos.
(7) Justificar: O aluno deve justificar de forma simples o enunciado, evocando uma propriedade já conhecida.

No seu conjunto, e de modo integrado, estes desempenhos devem concorrer, a partir do nível mais elementar de escolaridade, para a aquisição de conhecimentos de factos e de procedimentos, para a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático, para uma comunicação (oral e escrita) adequada à Matemática, para a resolução de problemas em diversos contextos e para uma visão da Matemática como um todo articulado e coerente.

Conhecimento de factos e de procedimentos – O domínio de procedimentos padronizados, como por exemplo algoritmos e regras de cálculo, deverá ser objeto de particular atenção no ensino desta disciplina. As rotinas e automatismos são essenciais ao trabalho matemático, uma vez que permitem libertar a memória de trabalho, por forma a que esta se possa dedicar, com maior exclusividade, a tarefas que exigem funções cognitivas superiores. Por outro lado permitem determinar, *a priori*, que outra informação se poderia obter sem esforço a partir dos dados de um problema, abrindo assim novas portas e estratégias à sua resolução. A memorização de alguns factos tem igualmente um papel fundamental na aprendizagem da Matemática, sendo incorreto opô-la à compreensão. Memorização e compreensão, sendo complementares, reforçam-se mutuamente. Conhecer as tabuadas básicas, e outros factos elementares, de memória, permite também poupar recursos cognitivos que poderão ser direcionados para a execução de tarefas mais complexas.

Raciocínio matemático – O raciocínio matemático é por excelência o raciocínio hipotético-dedutivo, embora o raciocínio indutivo desempenhe também um papel fundamental, uma vez que preside, em Matemática, à formulação de conjeturas. Os alunos devem ser capazes de estabelecer conjeturas, em alguns casos, após a análise de um conjunto de situações particulares. Deverão saber, no entanto, que o raciocínio indutivo não é apropriado para justificar propriedades, e, contrariamente ao raciocínio dedutivo, pode levar a conclusões erradas a partir de hipóteses verdadeiras, razão pela qual as conjeturas formuladas mas não demonstradas têm um interesse limitado, devendo os alunos ser alertados para este facto e incentivados a justificá-las *a posteriori.* Os desempenhos requeridos para o cumprimento dos descritores nos vários ciclos apontam para uma progressiva proficiência na utilização do raciocínio hipotético-dedutivo e da argumentação matemática. Espera-se pois que no 3.º ciclo, os alunos sejam capazes de elaborar, com algum rigor, pequenas demonstrações.

Comunicação matemática – Oralmente, deve-se trabalhar com os alunos a capacidade de compreender os enunciados dos problemas matemáticos, identificando as questões que levantam, explicando-as de modo claro, conciso e coerente, discutindo, do mesmo modo, estratégias que conduzam à sua resolução. Os alunos devem ser incentivados a expor as suas ideias, a comentar as afirmações dos seus colegas e do professor e a colocar as suas dúvidas. Sendo igualmente a redação escrita parte integrante da atividade matemática, os alunos devem também ser incentivados a redigir convenientemente as suas respostas, explicando adequadamente o seu raciocínio e apresentando as suas conclusões de forma clara, escrevendo em português correto e evitando a utilização de símbolos matemáticos como abreviaturas estenográficas.

Resolução de problemas – A resolução de problemas envolve, da parte dos alunos, a leitura e interpretação de enunciados, a mobilização de conhecimentos de factos, conceitos e relações, a seleção e aplicação adequada de regras e procedimentos, previamente estudados e treinados, a revisão, sempre que necessária, da estratégia preconizada e a interpretação dos resultados finais.

Assim, a resolução de problemas não deve confundir-se com atividades vagas de exploração e de descoberta que, podendo constituir estratégias de motivação, não se revelam adequadas à concretização efetiva de uma finalidade tão exigente. Embora os alunos possam começar por apresentar estratégias de resolução mais informais, recorrendo a esquemas, diagramas, tabelas ou outras representações, devem ser incentivados a recorrer progressivamente a métodos mais sistemáticos e formalizados.

Em particular, no 1.º ciclo, solicita-se explicitamente que o número de passos necessários à resolução dos problemas vá aumentando de ano para ano. É fundamental que os alunos não terminem este ciclo de ensino conseguindo responder corretamente apenas a questões de resposta imediata. Estudos nacionais e internacionais recentes, como o Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), mostram que, em 2011, 60% dos alunos portugueses do 4.º ano não conseguem ultrapassar esse patamar (*Intermediate International Benchmark*).

A Matemática como um todo coerente – Vários objetivos gerais e respetivos descritores das Metas Curriculares foram concebidos de forma a estabelecer ligações entre conteúdos sem relação evidente entre si. É o caso, por exemplo, da relação entre a irracionalidade da raiz quadrada dos números naturais (que não sejam quadrados perfeitos) e o Teorema Fundamental da Aritmética ou entre a semelhança de triângulos e o Teorema de Pitágoras. Para além das situações que se encontram explicitamente ilustradas nas Metas Curriculares, outras podem ser trabalhadas no âmbito de exercícios e problemas. Estas atividades são propícias ao entendimento de que a Matemática é constituída por uma complexa rede de relações que lhe confere uma unidade muito particular.

4. CONTEÚDOS

Os conteúdos encontram-se organizados, em cada ciclo, por domínios. A articulação desejável entre os domínios de conteúdos e os objetivos antes enunciados encontra-se materializada no documento das Metas Curriculares.

Nos 2.º e 3.º ciclos indica-se, a título não prescritivo, o número de tempos, de cinquenta minutos, que poderá ser dedicado a cada domínio.

1.º CICLO

No 1.º ciclo, os domínios de conteúdos são três:

- *Números e Operações* (NO)
- *Geometria e Medida* (GM)
- *Organização e Tratamento de Dados* (OTD)

Neste ciclo, os temas em estudo são introduzidos de forma progressiva, começando-se por um tratamento experimental e concreto, caminhando-se faseadamente para uma conceção mais abstrata.

No domínio *Números e Operações* são apresentadas as quatro operações sobre os números naturais, cuja extensão aos números racionais não negativos se inicia a partir do 3.º ano. É fundamental que os alunos adquiram durante estes anos fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações. Note-se que esta fluência não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência no cálculo mental. Os professores são pois fortemente encorajados a trabalhar com os seus alunos essa capacidade, propondo as atividades que considerarem convenientes e apropriadas a esse efeito. Na escolha dos problemas deve atender-se ao número de passos necessários às resoluções, aumentando-se a respetiva complexidade ao longo do ciclo.

As frações são introduzidas geometricamente a partir da decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento e desde logo utilizadas para exprimir medidas de diferentes grandezas, fixadas unidades. O subsequente tratamento das frações, assim como a construção dos números racionais positivos que elas representam, devem ser efetuados com o possível rigor e de forma cuidadosa, garantindo-se, por exemplo, que os alunos interpretem corretamente as dízimas finitas como uma mera representação de um tipo muito particular de frações, devendo evitar o recurso sistemático às dízimas sempre que pretenderem efetuar cálculos. Nomeadamente, a introdução no final do ciclo dos algoritmos gerais da multiplicação e divisão de números representados na forma de dízima finita não deve alienar o significado das diferentes operações do ponto de vista das frações, as quais constituem o modo básico adotado para definir e representar números racionais positivos enquanto medidas de grandezas. A iniciação ao estudo das frações constitui um tema chave do presente ciclo, devendo procurar-se que os alunos assimilem os diferentes aspetos relacionados com esta temática.

São apresentadas as noções básicas da *Geometria*, começando-se pelo reconhecimento visual de objetos e conceitos elementares como pontos, colinearidade de pontos, direções, retas, semirretas e segmentos de reta, paralelismo e perpendicularidade, a partir dos quais se constroem objetos mais complexos como polígonos, circunferências, sólidos ou ângulos. Por outro lado, a igualdade de distâncias entre pares de pontos, obtida primitivamente por deslocamentos de objetos rígidos com dois pontos neles fixados, preside aos princípios genéricos que assistem às operações de medição de comprimentos conduzindo ao conceito de fração e posteriormente à medição de outras grandezas. A igualdade de ângulos é apresentada, inicialmente, por deslocamentos rígidos de três pontos levando à noção de igualdade de amplitude, associando-se a este princípio um importante critério geométrico prático de congruência de ângulos, baseado em igualdade entre segmentos de reta, que servirá de fundamento ao estudo da medida de amplitude de ângulos nos ciclos posteriores.

No domínio *Organização e Tratamento de Dados* é dada ênfase a diversos processos que permitem repertoriar e interpretar informação recolhida em contextos variados, aproveitando-se para fornecer algum vocabulário básico da Teoria dos Conjuntos, necessário à compreensão dos procedimentos efetuados. No 3.º ano é apresentada a noção de frequência absoluta e, no 4.º ano, a de frequência relativa bem como a representação de números racionais sob forma de percentagem.

1.º ano

Domínio	Conteúdos
NO1	**Números naturais** - Correspondências um a um e comparação do número de elementos de dois conjuntos; - Contagens de até vinte objetos; - O conjunto vazio e o número zero; - Números naturais até 100; contagens progressivas e regressivas. **Sistema de numeração decimal** - Ordens decimais: unidades e dezenas; - Valor posicional dos algarismos; - Ordem natural; os símbolos «<» e «>»; comparação e ordenação de números até 100. **Adição** - Adições cuja soma seja inferior a 100 por cálculo mental, métodos informais e tirando partido do sistema decimal de posição; - Os símbolos «+» e «=» e os termos «parcela» e «soma»; - Decomposição de números até 100 em somas; - Problemas de um passo envolvendo situações de juntar e acrescentar. **Subtração** - Subtrações envolvendo números naturais até 20 por métodos informais; - Relação entre a subtração e a adição; - Subtrações de números até 100 utilizando contagens progressivas e regressivas de no máximo nove unidades ou tirando partido do sistema de numeração decimal de posição; - O símbolo «–» e os termos «aditivo», «subtrativo» e «diferença»; - Problemas de um passo envolvendo situações de retirar, comparar ou completar.
GM1	**Localização e orientação no espaço** - Relações de posição e alinhamentos de objetos e pontos; - Comparação de distâncias entre pares de objetos e pontos; - Figuras geometricamente iguais. **Figuras geométricas** - Partes retilíneas de objetos e desenhos; partes planas de objetos; - Segmentos de reta e extremos de um segmento de reta; - Comparação de comprimentos e igualdade geométrica de segmentos de reta; - Figuras planas: retângulo, quadrado, triângulo e respetivos lados e vértices, circunferência, círculo; - Sólidos: cubo, paralelepípedo retângulo, cilindro e esfera. **Medida** **Distâncias e comprimentos** - Unidade de comprimento e medidas de comprimentos expressas como números naturais. **Áreas** - Figuras equidecomponíveis e figuras equivalentes. **Tempo** - Utilização de fenómenos cíclicos naturais para contar o tempo; - Dias, semanas meses e anos; - Designação dos dias da semana e dos meses do ano.

	Dinheiro - Moedas e notas da área do Euro; - Contagens de dinheiro envolvendo números até 100, apenas em euros ou apenas em cêntimos.
OTD1	**Representação de conjuntos** - Conjunto, elemento pertencente a um conjunto, cardinal de um conjunto; - Diagramas de Venn com conjuntos disjuntos. **Representação de dados** - Gráfico de pontos e pictograma em que cada figura representa uma unidade.

2.º ano

Domínio	Conteúdos
NO2	**Números naturais** - Numerais ordinais até vigésimo; - Números naturais até 1000; - Contagens de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10 e de 100 em 100; - Números pares e número ímpares; identificação através do algarismo das unidades. **Sistema de numeração decimal** - Ordens decimais: unidades, dezenas e centenas; - Valor posicional dos algarismos; - Comparação e ordenação de números até 1000. **Adição e Subtração** - Cálculo mental: somas de números de um algarismo, diferenças de números até 20, adições e subtrações de 10 e 100 a números de três algarismos; - Adições cuja soma seja inferior a 1000; - Subtrações de números até 1000; - Problemas de um ou dois passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, comparar ou completar. **Multiplicação** - Sentido aditivo e combinatório; - O símbolo «×» e os termos «fator» e «produto»; - Produto por 1 e por 0; - Tabuadas do 2, 3, 4, 5, 6 e 10; - Os termos «dobro», «triplo», «quádruplo» e «quíntuplo»; - Problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório. **Divisão inteira** - Divisão exata por métodos informais; - Relação entre a divisão exata e a multiplicação: dividendo, divisor e quociente; - O símbolo «:»; - Os termos «metade», «terça parte», «quarta parte» e «quinta parte»; - Problemas de um passo envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.

	Números racionais não negativos - Frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$ como medidas de comprimentos e de outras grandezas; - Representação dos números naturais e das frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$ numa reta numérica. **Sequências e regularidades** - Problemas envolvendo a determinação de termos de uma sequência dada a lei de formação e a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida.
GM2	**Localização e orientação no espaço** - Direções no espaço relativamente a um observador; - Voltas inteiras, meias voltas, quartos de volta, viragens à direita e à esquerda; - Itinerários em grelhas quadriculadas. **Figuras geométricas** - Retas e semirretas; - Polígonos e linhas poligonais; - Parte interna e externa de linhas planas fechadas; - Triângulos isósceles, equiláteros e escalenos; - Quadriláteros (retângulo, quadrado e losango); - Pentágonos e hexágonos; - Sólidos geométricos – poliedros e não poliedros; pirâmides e cones; vértice, aresta e face; - Atributos geométricos e não geométricos de um objeto; - Construção de figuras com eixo de simetria. **Medida** **Distância e Comprimento** - Comparação de medidas de comprimento em dada unidade; - Subunidades de comprimento: um meio, um terço, um quarto, um quinto, um décimo, um centésimo e um milésimo da unidade; - Unidades do sistema métrico; - Perímetro de um polígono. **Área** - Medidas de área em unidades não convencionais. **Volume e capacidade** - Sólidos equidecomponíveis em cubos de arestas iguais; - Medidas de volume em unidades não convencionais; - Ordenação de capacidades de recipientes; - Medidas de capacidades em unidades não convencionais; - O litro como unidade de medida de capacidade; - Comparação de volumes de objetos por imersão em líquido contido num recipiente. **Massa** - Comparação de massas em balanças de dois pratos; - Pesagens em unidades não convencionais; - O quilograma como unidade de medida de massa. **Tempo** - Instrumentos de medida do tempo; - A hora; - Relógios de ponteiros e a medida do tempo em horas, meias horas e quartos de hora; - Calendários e horários.

	Dinheiro - Contagens de dinheiro em euros e cêntimos envolvendo números até 1000. **Problemas** - Problemas de um ou dois passos envolvendo medidas de diferentes grandezas.
OTD2	**Representação de conjuntos** - Reunião e interseção de conjuntos; - Diagramas de Vem e Carroll. **Representação de dados** - Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos, de barras e pictogramas em diferentes escalas; - Esquemas de contagem (*tally charts*).

3.º ano

Domínio	Conteúdos
NO3	**Números naturais** - Numerais ordinais até centésimo; - Números naturais até um milhão; - Contagens progressivas e regressivas com saltos fixos; - Numeração romana. **Representação decimal de números naturais** - Leitura por classes e por ordens e decomposição decimal de números até um milhão; - Comparação de números até um milhão; - Arredondamentos. **Adição e subtração de números naturais** - Algoritmos da adição e da subtração envolvendo números até um milhão; - Problemas de até três passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, comparar ou completar. **Multiplicação de números naturais** - Tabuadas do 7, 8 e 9; - Múltiplo de um número; - Cálculo mental: produto por 10, 100, 1000, etc.; produto de um número de um algarismo por um número de dois algarismos; - Algoritmo da multiplicação envolvendo números até um milhão; - Critério de reconhecimento dos múltiplos de 2, 5 e 10; - Problemas de até três passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório. **Divisão inteira** - Divisão inteira por métodos informais; - Relação entre dividendo, divisor, quociente e resto; - Cálculo mental: divisões inteiras com divisores e quocientes inferiores a 10;

	- Divisor de um número, número divisível por outro; relação entre múltiplo e divisor; - Problemas de até três passos envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento. **Números racionais não negativos** - Fração como representação de medida de comprimento e de outras grandezas; numerais fracionários; - Representação de frações na reta numérica; - Frações equivalentes e noção de número racional; - Ordenação de números racionais representados por frações com o mesmo numerador ou o mesmo denominador, ou utilizando a reta numérica ou a medição de outras grandezas; - Frações próprias. **Adição e subtração de números racionais não negativos representados por frações** - Adição e subtração na reta numérica por justaposição retilínea de segmentos de reta; - Produto de um número natural por um número racional representado por uma fração unitária; - Adição e subtração de números racionais representados por frações com o mesmo denominador; - Decomposição de um número racional na soma de um número natural com um número racional representável por uma fração própria. **Representação decimal de números racionais não negativos** - Frações decimais; representação na forma de dízimas finitas; - Redução de frações decimais ao mesmo denominador; adição de números racionais representados por frações decimais com denominadores até mil; - Algoritmos para a adição e para a subtração de números racionais representados por dízimas finitas; - Decomposição decimal de um número racional representado na forma de uma dízima finita.
GM3	**Localização e orientação no espaço** - Segmentos de reta paralelos e perpendiculares em grelhas quadriculadas; - Direções perpendiculares e quartos de volta; - Direções horizontais e verticais; - Coordenadas em grelhas quadriculadas. **Figuras geométricas** - Circunferência, círculo, superfície esférica e esfera; centro, raio e diâmetro; - Identificação de eixos de simetria em figuras planas. **Medida** **Comprimento** - Unidades de medida de comprimento do sistema métrico; conversões. **Área** - Medições de áreas em unidades quadradas; - Fórmula para a área do retângulo de lados de medida inteira. **Massa** - Unidades de massa do sistema métrico; conversões; - Pesagens em unidades do sistema métrico; - Relação entre litro e quilograma.

	Capacidade - Unidades de capacidade do sistema métrico; conversões; - Medições de capacidades em unidades do sistema métrico. **Tempo** - Minutos e segundos; leitura do tempo em relógios de ponteiros; - Conversões de medidas de tempo; - Adição e subtração de medidas de tempo. **Dinheiro** - Adição e subtração de quantias de dinheiro. **Problemas** - Problemas de até três passos envolvendo medidas de diferentes grandezas.
OTD3	**Representação e tratamento de dados** - Diagramas de caule-e-folhas; - Frequência absoluta; - Moda; - Mínimo, máximo e amplitude; - Problemas envolvendo análise e organização de dados, frequência absoluta, moda e amplitude.

4.º ano

Domínio	Conteúdos
NO4	**Números naturais** - Extensão das regras de construção dos numerais decimais para classes de grandeza indefinida; - Diferentes significados do termo «bilião». **Divisão inteira** - Algoritmo da divisão inteira; - Determinação dos divisores de um número natural até 100; - Problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações. **Números racionais não negativos** - Construção de frações equivalentes por multiplicação dos termos por um mesmo fator; - Simplificação de frações de termos pertencentes à tabuada do 2 e do 5 ou ambos múltiplos de 10. **Multiplicação e divisão de números racionais não negativos** - Multiplicação e divisão de números racionais por naturais e por racionais na forma de fração unitária; - Produto e quociente de um número representado por uma dízima por 10, 100, 1000, $0{,}1$, $0{,}01$ e $0{,}001$; - Utilização do algoritmo da divisão inteira para obter aproximações na forma de dízima de números racionais; - Multiplicação de números racionais representados por dízimas finitas, utilizando o algoritmo. - Utilização do algoritmo da divisão inteira para obter aproximações na forma de dízima de quocientes de números racionais; - Problemas de vários passos envolvendo números racionais, aproximações de números racionais e as quatro operações.

GM4	**Localização e orientação no espaço** - Ângulo formado por duas direções; vértice de um ângulo; - Ângulos com a mesma amplitude; - A meia volta e o quarto de volta associados a ângulos. **Figuras geométricas** **Ângulos** - Ângulos convexos e ângulos côncavos; - Ângulos verticalmente opostos; - Ângulos nulos, rasos e giros; - Critério de igualdade de ângulos; - Ângulos adjacentes; - Comparação das amplitudes de ângulos; - Ângulos retos, agudos e obtusos. **Propriedades geométricas** - Retas concorrentes, perpendiculares e paralelas; retas não paralelas que não se intersetam; - Retângulos como quadriláteros de ângulos retos; - Polígonos regulares; - Polígonos geometricamente iguais; - Planos paralelos; - Paralelepípedos retângulos; dimensões; - Prismas retos; - Planificações de cubos, paralelepípedos e prismas retos; - Pavimentações do plano. **Medida** **Área** - Unidades de área do sistema métrico; - Medições de áreas em unidades do sistema métrico; conversões; - Unidades de medida agrárias; conversões; - Determinação, numa dada unidade do sistema métrico, de áreas de retângulos com lados de medidas exprimíveis em números inteiros, numa subunidade. **Volume** - Medições de volumes em unidades cúbicas; - Fórmula para o volume do paralelepípedo retângulo de arestas de medida inteira; - Unidades de volume do sistema métrico; conversões; - Relação entre o decímetro cúbico e o litro. **Problemas** - Problemas de vários passos relacionando medidas de diferentes grandezas.
OTD4	**Tratamento de dados** - Frequência relativa; - Noção de percentagem; - Problemas envolvendo o cálculo e a comparação de frequências relativas.

2.º CICLO

No 2.º ciclo, os domínios de conteúdos são quatro:

- *Números e Operações* (NO)
- *Geometria e Medida* (GM)
- *Álgebra* (ALG)
- *Organização e Tratamento de Dados* (OTD)

Relativamente aos domínios *Números e Operações* e *Álgebra*, conclui-se neste ciclo o estudo das operações elementares sobre frações e completa-se a construção dos números racionais, introduzindo os negativos. Os alunos deverão, à entrada do 3.º ciclo, mostrar fluência e desembaraço na utilização de números racionais em contextos variados, relacionar de forma eficaz as suas diversas representações (frações, dízimas, numerais mistos, percentagens) e tratar situações que envolvam proporcionalidade direta entre grandezas.

São igualmente estudadas potências de base racional positiva e expoente natural, sendo outros expoentes mais gerais introduzidos no 3.º ciclo e no Secundário. A abordagem destes conteúdos pretende oferecer aos alunos um primeiro contacto com os métodos simbólicos próprios da *Álgebra*, que permitem deduzir e organizar um certo número de conhecimentos de forma sistemática. Finalmente, são apresentadas noções básicas de divisibilidade, explorando-se o Algoritmo de Euclides no 5.º ano e o Teorema Fundamental da Aritmética, que dele pode ser deduzido, no 6.º ano.

Em *Geometria*, são introduzidos alguns conceitos e propriedades – tão elementares quanto fundamentais – envolvendo paralelismo e ângulos, com aplicações simples aos polígonos. Em particular, é fornecida uma definição geométrica de soma de ângulos, por justaposição, análoga à justaposição de segmentos de reta abordada no 1.º ciclo. Tratando-se de uma etapa indispensável ao estudo sério e rigoroso da Geometria nos ciclos de ensino posteriores, os alunos deverão saber relacionar as diferentes propriedades estudadas com aquelas que já conhecem e que são pertinentes em cada situação. É também pedida aos alunos a realização de diversas tarefas que envolvem a utilização de instrumentos de desenho e de medida (régua, esquadro, compasso e transferidor, programas de geometria dinâmica), sendo desejável que adquiram destreza na execução de construções rigorosas e reconheçam alguns dos resultados matemáticos por detrás dos diferentes procedimentos. O tópico da *Medida*, neste ciclo, é dedicado a áreas de figuras planas, a volumes de sólidos e a amplitudes de ângulos. À imagem do conceito de medida de comprimento que decorre, na abordagem preconizada no 1.º ciclo, da justaposição retilínea de segmentos de reta, as medidas de amplitude de ângulo alicerçam-se na noção de soma geométrica de ângulos.

No domínio da *Organização e Tratamento de Dados*, retomam-se várias representações de conjuntos de dados e noções estatísticas elementares como a média, a moda e a amplitude. É o momento ideal para se introduzir a noção de gráfico cartesiano de uma correspondência, que será naturalmente revisitada com mais profundidade no 3.º ciclo no contexto das funções.

5.º ano

Domínio	Conteúdos
NO5 54 tempos	**Números racionais não negativos** - Simplificação de frações; - Frações irredutíveis; - Redução de duas frações ao mesmo denominador; - Ordenação de números racionais representados por frações; - Adição, subtração, multiplicação e divisão de números racionais não negativos representados na forma de fração; - Representação de números racionais na forma de numerais mistos; adição e subtração de números racionais representados por numerais mistos; - Aproximações e arredondamentos de números racionais; - Problemas de vários passos envolvendo números racionais representados na forma de frações, dízimas, percentagens e numerais mistos. **Números naturais** - Critérios de divisibilidade por 3, 4 e 9; - Determinação do máximo divisor comum de dois números naturais por inspeção dos divisores de cada um deles; - Algoritmo de Euclides; - Números primos entre si; números obtidos por divisão de dois dados números pelo respetivo máximo divisor comum; irredutibilidade das frações de termos primos entre si; - Determinação do mínimo múltiplo comum de dois números naturais por inspeção dos múltiplos de cada um deles; - Relação entre o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de dois números; - Problemas envolvendo o cálculo do mínimo múltiplo comum e do máximo divisor comum de dois números.
GM5 88 tempos	**Propriedades geométricas** **Ângulos, paralelismo e perpendicularidade** - Ângulo igual à soma de outros dois; definição e construção com régua e compasso; - Bissetriz de um ângulo; construção com régua e compasso; - Ângulos complementares e suplementares; - Igualdade de ângulos verticalmente opostos; - Semirretas diretamente e inversamente paralelas; - Ângulos correspondentes e paralelismo; - Ângulos internos, externos e pares de ângulos alternos internos e alternos externos determinados por uma secante num par de retas concorrentes; relação com o paralelismo; - Ângulos de lados diretamente e inversamente paralelos; pares de ângulos de lados perpendiculares. **Triângulos e quadriláteros** - Ângulos internos, externos e adjacentes a um lado de um polígono; - Ângulos de um triângulo: soma dos ângulos internos, relação de um ângulo externo com os internos não adjacentes e soma de três ângulos externos com vértices distintos; - Triângulos acutângulos, obtusângulos e retângulos; hipotenusa e catetos de um triângulo retângulo; - Ângulos internos de triângulos obtusângulos e retângulos; - Paralelogramos; ângulos opostos e adjacentes de um paralelogramo; - Critérios de igualdade de triângulos: critérios LLL, LAL e ALA; construção de triângulos dados os comprimentos de lados e/ou as amplitudes de ângulos internos; - Relações entre lados e ângulos num triângulo ou em triângulos iguais; - Igualdade dos lados opostos de um paralelogramo; - Desigualdade triangular; - Pé da perpendicular traçada de um ponto para uma reta e, num dado plano, perpendicular a uma reta num ponto;

	- Distância de um ponto a uma reta e entre retas paralelas; altura de um triângulo e de um paralelogramo. **Problemas** - Problemas envolvendo as noções de paralelismo, perpendicularidade, ângulos e triângulos. **Medida** **Área** - Área de retângulos de lados de medida racional; - Fórmulas para a área de paralelogramos e triângulos; - Problemas envolvendo o cálculo de áreas de figuras planas. **Amplitude de ângulos** - Medidas de amplitudes de ângulos; - O grau como unidade de medida de amplitude; minutos e segundos de grau; - Utilização do transferidor para medir amplitudes de ângulos e para construir ângulos de uma dada medida de amplitude; - Problemas envolvendo adições, subtrações e conversões de medidas de amplitude expressas em forma complexa e incomplexa.
ALG5 16 tempos	**Expressões algébricas e propriedades das operações** - Prioridades convencionadas das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão; utilização de parêntesis; - Propriedades associativa e comutativa da adição e multiplicação e propriedades distributivas da multiplicação em relação à adição e subtração; - Elementos neutros da adição e da multiplicação e elemento absorvente da multiplicação de números racionais não negativos; - Utilização do traço de fração com o significado de quociente de números racionais; - Inversos dos números racionais positivos; - Produto e quociente de quocientes de números racionais; inverso de um produto e de um quociente de números racionais; - Cálculo de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas e a utilização de parêntesis; - Linguagem natural e linguagem simbólica.
OTD5 22 tempos	**Gráficos cartesianos** - Referenciais cartesianos, ortogonais e monométricos; - Abcissas, ordenadas e coordenadas; - Gráficos cartesianos. **Representação e tratamento de dados** - Tabelas de frequências absolutas e relativas; - Gráficos de barras e de linhas; - Média aritmética; - Problemas envolvendo a média e a moda; - Problemas envolvendo dados em tabelas, diagramas e gráficos.

6.º ano

Domínio	Conteúdos
NO6 40 tempos	**Números naturais** - Números primos; - Crivo de Eratóstenes; - Teorema fundamental da aritmética e aplicações. **Números racionais** **Números racionais positivos e negativos** - Números racionais negativos; - Simétrico e valor absoluto de um número racional; - Semirreta de sentido positivo associada a um número; ordenação de números racionais; - Conjunto dos números inteiros relativos e conjunto dos números racionais. **Adição e subtração** - Segmentos de reta orientados; orientação positiva e negativa de segmentos orientados da reta numérica; - Adição de números racionais; definição e propriedades; - Subtração e soma algébrica de números racionais; definição e propriedades; - Módulo da diferença de dois números como medida da distância entre os pontos que representam esses números na reta numérica.
GM6 60 tempos	**Figuras geométricas planas** - Ângulo ao centro e setor circular; - Polígonos inscritos numa circunferência; - Retas e segmentos de reta tangentes a uma circunferência; - Polígonos circunscritos a uma circunferência; - Apótema de um polígono. **Sólidos geométricos e propriedades** - Prismas; prismas oblíquos e regulares; - Pirâmides; - Bases, faces laterais e vértices de prismas e pirâmides; - Pirâmides regulares; - Cilindros; bases, eixo, geratrizes e superfície lateral de um cilindro; - Cones; base, vértice, eixo, geratrizes e superfície lateral de um cone; - Cilindros e cones retos; - Relação entre o número de arestas e de vértices de um prisma (ou pirâmide) e da respetiva base; - Poliedros convexos; - Relação de Euler; - Planificações de sólidos; - Problemas envolvendo sólidos geométricos e respetivas planificações. **Medida** **Área** - Fórmula para o perímetro do círculo; aproximação por perímetros de polígonos regulares inscritos e circunscritos; - Fórmula para a área de polígonos regulares; - Fórmula para a área ~~e~~ do círculo; aproximação por áreas de polígonos regulares inscritos; - Problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas de polígonos e círculos.

	Volume - Fórmula para o volume do paralelepípedo retângulo com dimensões de medida racional; - Fórmulas para o volume do prisma reto e do cilindro reto; - Problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos. **Isometrias do plano** - Reflexão central como isometria; invariância da amplitude de ângulo; - Mediatriz de um segmento de reta; construção da mediatriz utilizando régua e compasso; - Reflexão axial como isometria; invariância da amplitude de ângulo; eixos de simetria; a bissetriz de um ângulo como eixo de simetria; - Rotação de sentido positivo ou negativo como isometria; invariância da amplitude de ângulo; - Imagem de um segmento de reta por uma isometria; - Construção de imagens de figuras planas por reflexões centrais e axiais e por rotações; - Simetrias de rotação e de reflexão; - Problemas envolvendo as propriedades das isometrias e utilizando raciocínio dedutivo; - Problemas envolvendo figuras com simetrias de rotação e de reflexão axial.
ALG6 54 tempos	**Potências de expoente natural** - Potência de base racional não negativa; - Regras operatórias das potências de base racional não negativa; - Prioridade das operações; - Linguagem simbólica e linguagem natural em enunciados envolvendo potências. **Sequências e regularidades** - Determinação de termos de uma sequência definida por uma lei de formação recorrente ou por uma expressão geradora; - Determinação de expressões geradoras de sequências definidas por uma lei de formação recorrente; - Problemas envolvendo a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida. **Proporcionalidade direta** - Noção de grandezas diretamente proporcionais e de constante de proporcionalidade direta; - Proporções; extremos, meios e termos de uma proporção; propriedades; regra de três simples; - Escalas em mapas; - Problemas envolvendo a noção de proporcionalidade direta entre grandezas mutuamente dependentes.
OTD6 14 tempos	**Representação e tratamento de dados** - População e unidade estatística; - Variáveis quantitativas e qualitativas; - Gráficos circulares; - Análise de conjuntos de dados a partir da média, moda e amplitude; - Problemas envolvendo dados representados de diferentes formas.

3.º CICLO

No 3.º ciclo, os domínios de conteúdos são cinco:

- *Números e Operações* (NO)
- *Geometria e Medida* (GM)
- *Funções, Sequências e Sucessões* (FSS)
- *Álgebra* (ALG)
- *Organização e Tratamento de Dados* (OTD)

Este ciclo constitui uma importante etapa na formação matemática dos alunos, sendo simultaneamente um período de consolidação dos conhecimentos e capacidades a desenvolver durante o Ensino Básico e de preparação para o Ensino Secundário. Em particular, é fundamental que comecem a ser utilizados corretamente os termos (definição, propriedade, teorema, etc.) e os procedimentos demonstrativos próprios da Matemática.

Nos domínios *Números e Operações* e *Álgebra*, termina-se o estudo das operações sobre o corpo ordenado dos números racionais, introduzem-se as raízes quadradas e cúbicas, estudam-se equações do primeiro e do segundo grau, sistemas de duas equações lineares com duas incógnitas, inequações do primeiro grau e abordam-se procedimentos próprios da *Álgebra* no quadro das propriedades dos monómios e polinómios. Todas estas noções são posteriormente estendidas ao corpo dos números reais. A necessidade da introdução deste conjunto mais geral de números é estudada no domínio *Geometria e Medida* e resulta da existência de segmentos de reta incomensuráveis. Neste mesmo domínio são apresentados alguns teoremas fundamentais, como o teorema de Tales ou de Pitágoras, que é visto, nesta abordagem, como uma consequência do primeiro. O teorema de Tales permite ainda tratar com rigor os critérios de semelhança de triângulos, que estão na base de numerosas demonstrações geométricas propostas. Um objetivo geral dedicado à axiomática da geometria permite enquadrar historicamente toda esta progressão e constitui um terreno propício ao desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo dos alunos. Com o objetivo explícito de abordar convenientemente as isometrias sem pontos fixos, é feito, no 8.º ano, um estudo elementar dos vetores. O 9.º ano é dedicado ao estudo de ângulos e circunferências, razões trigonométricas, retas e planos no espaço e volumes de alguns sólidos.

No domínio *Funções, Sequências e Sucessões* é feita uma introdução ao conceito de função e de sucessão e de algumas operações entre elas. São consideradas funções de proporcionalidade direta, inversa, funções afins e quadráticas.

Finalmente, no domínio *Organização e Tratamento de Dados*, são introduzidas algumas medidas de localização e dispersão de um conjunto de dados e é feita uma iniciação às probabilidades e aos fenómenos aleatórios.

7.º ano

Domínio	Conteúdos
NO7 18 tempos	**Números racionais** - Simétrico da soma e da diferença de racionais; - Extensão da multiplicação a todos os racionais; - Extensão da divisão ao caso em que o dividendo é um racional qualquer e o divisor um racional não nulo.
GM7 66 tempos	**Alfabeto grego** - As letras $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \pi, \rho$ e σ do alfabeto grego. **Figuras Geométricas** **Linhas poligonais e polígonos** - Linhas poligonais; vértices, lados, extremidades, linhas poligonais fechadas e simples; parte interna e externa de linhas poligonais fechadas simples; - Polígonos simples; vértices, lados, interior, exterior, fronteira, vértices e lados consecutivos; - Ângulos internos de polígonos; - Polígonos convexos e côncavos; caracterização dos polígonos convexos através dos ângulos internos; - Ângulos externos de polígonos convexos; - Soma dos ângulos internos de um polígono; - Soma de ângulos externos de um polígono convexo; - Diagonais de um polígono. **Quadriláteros** - Diagonais de um quadrilátero; - Paralelogramos: caracterização através das diagonais e caracterização dos retângulos e losangos através das diagonais; - Papagaios: propriedade das diagonais; o losango como papagaio; - Trapézios: bases; trapézios isósceles, escalenos e retângulos; caracterização dos paralelogramos; - Problemas envolvendo triângulos e quadriláteros. **Paralelismo, congruência e semelhança** - Isometrias e semelhanças; - Critério de semelhança de polígonos envolvendo os respetivos lados e diagonais; - Teorema de Tales; - Critérios de semelhança de triângulos (LLL, LAL e AA); igualdade dos ângulos correspondentes em triângulos semelhantes; - Semelhança dos círculos; - Critério de semelhança de polígonos envolvendo os respetivos lados e ângulos internos; - Divisão de um segmento num número arbitrário de partes iguais utilizando régua e compasso, com ou sem esquadro; - Homotetia direta e inversa; - Construção de figuras homotéticas; - Problemas envolvendo semelhanças de triângulos e homotetias. **Medida** **Mudanças de unidade de comprimento e incomensurabilidade** - Conversões de medidas de comprimento por mudança de unidade; - Invariância do quociente de medidas; - Segmentos de reta comensuráveis e incomensuráveis; - Incomensurabilidade da hipotenusa com os catetos de um triângulo retângulo isósceles.

	Áreas de quadriláteros - Área do papagaio e do losango; - Área do trapézio. **Perímetros e áreas de figuras semelhantes** - Razão entre perímetros de figuras semelhantes; - Razão entre áreas de figuras semelhantes; - Problemas envolvendo perímetros e áreas de figuras semelhantes.
FSS7 25 tempos	**Funções** **Definição de função** - Função ou aplicação f de A em B; domínio e contradomínio; igualdade de funções; - Pares ordenados; gráfico de uma função; variável independente e variável dependente; - Funções numéricas; - Gráficos cartesianos de funções numéricas de variável numérica; equação de um gráfico cartesiano. **Operações com funções numéricas** - Adição, subtração e multiplicação de funções numéricas e com o mesmo domínio; exponenciação de expoente natural de funções numéricas; - Operações com funções numéricas de domínio finito dadas por tabelas, diagramas de setas ou gráficos cartesianos; - Funções constantes, lineares e afins; formas canónicas, coeficientes e termos independentes; propriedades algébricas e redução à forma canónica; - Funções de proporcionalidade direta; - Problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta. **Sequências e sucessões** - Sequências e sucessões como funções; - Gráficos cartesianos de sequências numéricas; - Problemas envolvendo sequências e sucessões.
ALG7 28 tempos	**Expressões algébricas** - Extensão a $\mathbb{Q}$ das propriedades associativa e comutativa da adição e da multiplicação; - Extensão a $\mathbb{Q}$ da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração; - Extensão a $\mathbb{Q}$ das regras de cálculo do inverso de produtos e quocientes e do produto e do quociente de quocientes; - Extensão a $\mathbb{Q}$ da definição e propriedades das potências de expoente natural; potência do simétrico de um número; - Simplificação e cálculo do valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas, a potenciação e a utilização de parêntesis. **Raízes quadradas e cúbicas** - Monotonia do quadrado e do cubo; - Quadrado perfeito e cubo perfeito; - Raiz quadrada de quadrado perfeito e raiz cúbica de cubo perfeito; - Produto e quociente de raízes quadradas e cúbicas; - Representações decimais de raízes quadradas e cúbicas. **Equações algébricas** - Equação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto-solução; - Equações possíveis e impossíveis; - Equações equivalentes;

	- Equações numéricas; princípios de equivalência; - Equação linear com uma incógnita; simplificação e caracterização do conjunto-solução; equações lineares impossíveis, possíveis, determinadas e indeterminadas; equação algébrica de 1.º grau; - Soluções exatas e aproximadas de equações algébricas de 1.º grau; - Problemas envolvendo equações lineares.
OTD7 10 tempos	**Medidas de localização** - Sequência ordenada dos dados; - Mediana de um conjunto de dados; definição e propriedades; - Problemas envolvendo tabelas, gráficos e medidas de localização.

8.º ano

Domínio	Conteúdos
NO8 20 tempos	**Dízimas finitas e infinitas periódicas** - Caracterização das frações irredutíveis equivalentes a frações decimais; - Representação de números racionais através de dízimas finitas ou infinitas periódicas utilizando o algoritmo da divisão; período e comprimento do período de uma dízima; - Conversão em fração de uma dízima infinita periódica; - Decomposição decimal de números racionais representados por dízimas finitas, utilizando potências de base 10 e expoente inteiro; - Notação científica; aproximação, ordenação e operações em notação científica; - Definição de dízima infinita não periódica; - Representação na reta numérica de números racionais dados na forma de dízima. **Dízimas infinitas não periódicas e números reais** - Pontos irracionais da reta numérica; exemplo; - Números irracionais e dízimas infinitas não periódicas; - Números reais; extensão a $\mathbb{R}$ das operações conhecidas sobre $\mathbb{Q}$ e respetivas propriedades; extensão a medidas reais das propriedades envolvendo proporções entre comprimentos de segmentos; - Irracionalidade de $\sqrt{n}$ para n natural e distinto de um quadrado perfeito; - Construção da representação de raízes quadradas de números naturais na reta numérica, utilizando o Teorema de Pitágoras; - Extensão a $\mathbb{R}$ da ordem em $\mathbb{Q}$; propriedades transitiva e tricotómica da relação de ordem; ordenação de números reais representados na forma de dízima.
GM8 40 tempos	**Teorema de Pitágoras** - Teorema de Pitágoras e o respetivo recíproco; - Problemas envolvendo os teoremas de Pitágoras e de Tales e envolvendo a determinação de distâncias desconhecidas por utilização destes teoremas. **Vetores, translações e isometrias** - Segmentos orientados com a mesma direção e sentido e com a mesma direção e sentidos opostos; comprimento de um segmento orientado; segmento orientado reduzido a um ponto; - Segmentos orientados equipolentes e vetores; - Vetores colineares e simétricos; - Soma de um ponto com um vetor e translação determinada por um vetor; - Composta de translações e soma de vetores; regras do triângulo e do paralelogramo; propriedades algébricas da adição algébrica de vetores;

	- Translações como isometrias; caracterização pela preservação da direção e sentido dos segmentos orientados e semirretas; - Reflexões deslizantes como isometrias; - Ação das isometrias sobre as retas, as semirretas e os ângulos e respetivas amplitudes; - Classificação das isometrias do plano; - Problemas envolvendo as propriedades das isometrias do plano; - Problemas envolvendo figuras com simetrias de translação, rotação, reflexão axial e reflexão deslizante.
FSS8 15 tempos	**Gráficos de funções afins** - Equação de reta não vertical e gráfico de função linear ou afim; - Declive e ordenada na origem de uma reta não vertical; - Relação entre declive e paralelismo; - Determinação do declive de uma reta determinada por dois pontos com abcissas distintas; - Equação de reta vertical; - Problemas envolvendo equações de retas.
ALG8 62 tempos	**Potências de expoente inteiro** - Potência de expoente nulo; - Potência de expoente negativo; - Extensão a potências de expoente inteiro das propriedades conhecidas das potências de expoente natural. **Monómios e Polinómios** - Monómios; fatores numéricos, constantes e varáveis ou indeterminadas; parte numérica ou coeficiente; monómio nulo e monómio constante; parte literal; - Monómios semelhantes; forma canónica de um monómio; igualdade de monómios; - Grau de um monómio; - Soma algébrica e produto de monómios; - Polinómios; termos; variáveis ou indeterminadas, coeficientes; forma reduzida; igualdade de polinómios; termo independente; polinómio nulo; - Grau de um polinómio; - Soma algébrica e produto de polinómios; - Casos notáveis da multiplicação como igualdades entre polinómios; - Problemas associando polinómios a medidas de áreas e volumes, interpretando geometricamente igualdades que os envolvam; - Problemas envolvendo polinómios, casos notáveis da multiplicação de polinómios e fatorização. **Equações incompletas de 2.º grau** - Equação do 2.º grau; equação incompleta; - Lei do anulamento do produto; - Resolução de equações incompletas de 2.º grau - Resolução de equações de 2.º grau tirando partido da lei do anulamento do produto; - Problemas envolvendo equações de 2.º grau. **Equações literais** - Equações literais; - Resolução em ordem a uma dada incógnita de equações literais do 1.º e 2.º grau. **Sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas** - Sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas; forma canónica; soluções; sistemas equivalentes;

	- Interpretação geométrica de sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas; - Resolução de sistemas de duas equações de 1.º grau pelo método de substituição. - Problemas envolvendo sistemas de equações do 1.º grau com duas incógnitas.
OTD8 10 tempos	**Diagramas de extremos e quartis** - Noção de quartil; - Diagramas de extremos e quartis; - Amplitude interquartil; - Problemas envolvendo gráficos diversos e diagramas de extremos e quartis.

9.º ano

Domínio	Conteúdos
NO9 15 tempos	**Relação de ordem em $\mathbb{R}$** **Propriedades da relação de ordem** - Monotonia da adição; - Monotonia parcial da multiplicação; - Adição e produto de inequações membro a membro; - Monotonia do quadrado e do cubo; - Inequações e passagem ao inverso; - Simplificação e ordenação de expressões numéricas reais envolvendo frações, dízimas ou radicais, utilizando as propriedades da relação de ordem em $\mathbb{R}$. **Intervalos** - Intervalos de números reais; - Representação de intervalos de números reais na reta numérica; - Interseção e reunião de intervalos. **Valores aproximados de resultados de operações** - Aproximações da soma e do produto de números reais; - Aproximações de raízes quadradas e cúbicas; - Problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas.
GM9 65 tempos	**Axiomatização das teorias Matemáticas** **Vocabulário do método axiomático** - Teorias; objetos e relações primitivas; axiomas; - Axiomática de uma teoria; definições, teoremas e demonstrações; - Teorias axiomatizadas como modelos da realidade; - Condições necessárias e suficientes; hipótese e tese de um teorema; o símbolo «⇒»; - Lemas e corolários. **Axiomatização da Geometria** - Referência às axiomáticas para a Geometria Euclidiana; axiomáticas equivalentes; exemplos de objetos e relações primitivas; - Axiomática de Euclides; referência aos «Elementos» e aos axiomas e postulados de Euclides; confronto com a noção atual de axioma; - Lugares geométricos.

Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos

A Geometria euclidiana e o axioma das paralelas
- 5.º Postulado de Euclides e axioma euclidiano de paralelismo;
- Referência às Geometrias não-euclidianas; Geometria hiperbólica ou de Lobachewski;
- Demonstrações de propriedades simples de posições relativas de retas num plano, envolvendo o axioma euclidiano de paralelismo.

Paralelismo de retas e planos no espaço euclidiano
- Planos concorrentes; propriedades;
- Retas paralelas e secantes a planos; propriedades;
- Paralelismo de retas no espaço; transitividade;
- Paralelismo de planos: caracterização do paralelismo de planos através do paralelismo de retas; transitividade; existência e unicidade do plano paralelo a um dado plano contendo um ponto exterior a esse plano.

Perpendicularidade de retas e planos no espaço euclidiano
- Ângulo de dois semiplanos com fronteira comum;
- Semiplanos e planos perpendiculares;
- Retas perpendiculares a planos; resultados de existência e unicidade; projeção ortogonal de um ponto num plano; reta normal a um plano e pé da perpendicular; plano normal a uma reta;
- Paralelismo de planos e perpendicularidade entre reta e plano;
- Critério de perpendicularidade de planos;
- Plano mediador de um segmento de reta.

Problemas
- Problemas envolvendo posições relativas de retas e planos.

Medida

Distâncias a um plano de pontos, retas paralelas e planos paralelos
- Distância de um ponto a um plano;
- Projeção ortogonal num plano de uma reta paralela ao plano e distância entre a reta e o plano;
- Distância entre planos paralelos;
- Altura da pirâmide, do cone e do prisma.

Volumes e áreas de superfícies de sólidos
- Volume da pirâmide, cone e esfera;
- Área da superfície de poliedros, da superfície lateral de cones retos e da superfície esférica;
- Problemas envolvendo o cálculo de áreas e volumes de sólidos.

Trigonometria

- Seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo;
- Fórmula fundamental da Trigonometria;
- Relação entre a tangente de um ângulo agudo e o seno e cosseno do mesmo ângulo;
- Relação entre o seno e o cosseno de ângulos complementares;
- Dedução dos valores das razões trigonométricas dos ângulos de $45°$, $30°$ e $60°$;
- Utilização de tabelas e de uma calculadora para a determinação de valores aproximados da amplitude de um ângulo conhecida uma razão trigonométrica desse ângulo;
- Problemas envolvendo distâncias e razões trigonométricas.

Lugares Geométricos envolvendo pontos notáveis de triângulos

- A bissetriz de um ângulo como lugar geométrico;
- Circuncentro, incentro, ortocentro e baricentro de um triângulo; propriedades e construção;
- Problemas envolvendo lugares geométricos no plano.

	Propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência - Arcos de circunferência; extremos de um arco; arco menor e maior; - Cordas; arcos subtensos por uma corda; arco correspondente a uma corda; propriedades; - Amplitude de um arco; - Ângulo inscrito num arco; arco capaz; arco compreendido entre os lados de um ângulo inscrito; propriedades; - Segmento de círculo maior e menor; - Ângulo do segmento; ângulo ex-inscrito; propriedades; - Ângulos de vértice no exterior ou no interior de um círculo e lados intersetando a respetiva circunferência; propriedades; - Demonstração das fórmulas para a soma dos ângulos internos e de n ângulos externos com vértices distintos de um polígono convexo; aplicações: demonstração da fórmula para a soma dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência; construção aproximada de um polígono regular de n lados inscrito numa circunferência utilizando transferidor; - Problemas envolvendo ângulos e arcos definidos numa circunferência e ângulos internos e externos de polígonos regulares.
FSS9 11 tempos	**Funções algébricas** - Funções de proporcionalidade inversa; referência à hipérbole; - Problemas envolvendo funções de proporcionalidade inversa; - Funções da família $f(x) = ax^2$ com $a \neq 0$; - Conjunto-solução da equação de segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$ como interseção da parábola de equação $y = ax^2$ com a reta de equação $y = -bx - c$.
ALG9 29 tempos	**Inequações** - Inequação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto-solução; - Inequações possíveis e impossíveis; - Inequações equivalentes; - Princípios de equivalência; - Inequações de 1.º grau com uma incógnita; - Simplificação de inequações de 1.º grau; determinação do conjunto-solução na forma de um intervalo; - Determinação dos conjuntos-solução de conjunções e disjunções de inequações do 1.º grau como intervalos ou reunião de intervalos disjuntos; - Problemas envolvendo inequações de 1.º grau. **Equações do 2.º grau** - Equações de 2.º grau completas; completamento do quadrado; - Fórmula resolvente; - Problemas geométricos e algébricos envolvendo equações de 2.º grau. **Proporcionalidade Inversa** - Grandezas inversamente proporcionais; critério de proporcionalidade inversa; - Constante de proporcionalidade inversa; - Problemas envolvendo grandezas inversamente e diretamente proporcionais.
OTD9 22 tempos	**Histogramas** - Variáveis estatísticas discretas e contínuas; classes determinadas por intervalos numéricos; agrupamento de dados em classes da mesma amplitude; - Histogramas; propriedades; - Problemas envolvendo a representação de dados em tabelas de frequência e histogramas.

	Probabilidade - Experiências deterministas e aleatórias; universo dos resultados ou espaço amostral; casos possíveis; - Acontecimentos: casos favoráveis, acontecimento elementar, composto, certo, impossível; - Acontecimentos disjuntos ou incompatíveis e complementares; - Experiências aleatórias com acontecimentos elementares equiprováveis; - Definição de Laplace de probabilidade; propriedades e exemplos; - Problemas envolvendo a noção de probabilidade e a comparação de probabilidades de diferentes acontecimentos compostos, utilizando tabelas de dupla entrada e diagramas em árvore; - Comparação de probabilidades com frequências relativas em experiências aleatórias em que se presume equiprobabilidade dos casos possíveis.

5. NÍVEIS DE DESEMPENHO

Tal como indicado na Introdução dos Cadernos de Apoio às Metas Curriculares, para vários descritores consideraram-se diferentes níveis de desempenho, materializados, nesses Cadernos, em exercícios ou problemas que podem ser propostos aos alunos. Aqueles que aí foram assinalados com um ou dois asteriscos estão associados a níveis de desempenho progressivamente mais avançados. Tais desempenhos mais avançados não são exigíveis a todos os alunos, tendo portanto, caráter opcional. No caso de outros descritores, embora não se tenham apresentado exemplos que permitissem distinguir níveis de desempenho, considera-se que o seu total cumprimento exige, só por si, um nível de desempenho avançado.

No quadro abaixo indicam-se todos os descritores atrás referidos, que se enquadram em três tipos distintos:

- Uns descritores mencionam **propriedades que devem ser reconhecidas**. Ainda que esse reconhecimento com níveis de desempenho que ultrapassem o considerado regular seja, tal como foi explicado acima, opcional, os alunos deverão, em todos os casos, conhecer pelo menos o enunciado destas propriedades, podendo utilizá-las quando necessário, por exemplo na resolução de problemas;
- Outros descritores envolvem **procedimentos**. Todos devem ser trabalhados ao nível mais elementar, ficando ao critério do professor o grau de desenvolvimento com que aborda situações mais complexas, correspondentes a níveis de desempenho superiores;
- Os restantes descritores referem-se a **propriedades que devem ser provadas ou demonstradas**; o facto de se incluírem alguns descritores deste tipo na lista dos que podem envolver níveis de desempenho avançados significa que as demonstrações a que se referem, embora devam ser requeridas para se atingirem esses níveis de desempenho, não são exigíveis à generalidade dos alunos, devendo todos eles, em qualquer caso, conhecer o enunciado das propriedades e estar aptos a utilizá-las quando necessário.

Em todos os casos, as condições em que são abordados os níveis de desempenho mais avançados ficam ao critério do professor, em função das circunstâncias (tempo, características dos alunos ou outros fatores) em que decorre a sua prática letiva.

Ano de escolaridade	Descritores
1.º ano	**NO1** 3.9
2.º ano	**NO2** 4.2,5.5, 7.3, 9.5,11.2 **GM2** 1.4 **OTD2** 1.1, 1.2,2.1
3.º ano	**NO3** 2.2, 4.4, 7.8, 9.4, 11.2,11.7,11.9,12.2, 12.3, 12.4, 12.5, 13.3, 13.6 **GM3** 1.1 **OTD3** 1.1
4.º ano	**NO4** 2.2, 2.4, 2.5, 4.2, 5.4, 5.5,5.6,5.7, 6.5, 6.7
5.º ano	**NO5** 3.5, 3.6 **GM5** 1.7, 1.14, 1.15, 1.16, 2.2, 2.5, 2.6, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12, 2.16,2.20, 2.22, 4.2, 4.5 **ALG5**1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9
6.º ano	**NO6** 2.9, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 4.1, 4.2, 4.6 **GM6** 1.4, 1.7,3.2, 3.4, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 9.5, 9.13 **ALG6** 1.3, 1.4, 1.6, 1.7, 1.8
7.º ano	**NO7** 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 **GM7** 2.13, 2.16, 2.17, 2.18, 2.20, 2.24, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 7.1, 7.2, 7.4, 7.5, 7.6, 8.1, 8.3, 9.1, 9.2 **FSS7** 2.2, 2.6, 2.7, 3.1 **ALG7** 1.5, 2.4 **OTD7**1.4
8.º ano	**NO8** 1.1, 1.2, 2.2, 2.4, 2.5, 2.8, 2.9, 3.1, 3.2 **GM8** 1.1, 1.2, 3.10 **FSS8** 1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6 **ALG8** 1.1, 1.2, 7.2 **OTD8** 1.4
9.ºano	**NO9** 1.1, 1.2, 1.3, 3.3 **GM9** 6.1, 6.8, 6.9, 8.1, 8.2, 11.13, 13.1, 13.2, 13.3, 13.5, 13.6, 15.15, 15.16, 15.17 **FSS9**1.1, 3.2 **ALG9** 3.1, 3.2, 3.3, 3.4

6. METODOLOGIAS

Tendo em consideração, tal como para os níveis de desempenho, as circunstâncias de ensino (de modo muito particular, as características das turmas e dos alunos), as escolas e os professores devem decidir quais as metodologias e os recursos mais adequados para auxiliar os seus alunos a alcançar os desempenhos definidos nas Metas Curriculares.

A experiência acumulada dos professores e das escolas é um elemento fundamental no sucesso de qualquer projeto educativo, não se pretendendo, por isso, espartilhar e diminuir a sua liberdade pedagógica nem condicionar a sua prática letiva. Pelo contrário, o presente Programa reconhece e valoriza a autonomia dos professores e das escolas, não impondo portanto metodologias específicas.

Sem constituir ingerência no trabalho das escolas e dos professores, nota-se que a aprendizagem matemática é estruturada em patamares de crescente complexidade, pelo que na prática letiva deverá ter-se em atenção a progressão dos alunos, sendo muito importante proceder-se a revisões frequentes de passos anteriores com vista à sua consolidação.

O uso da calculadora tem vindo a generalizar-se, em atividades letivas, nos diversos níveis de ensino, por vezes de forma pouco criteriosa. Em fases precoces, há que acautelar devidamente que esse uso não comprometa a aquisição de procedimentos e o treino do cálculo mental e, consequentemente, a eficácia do próprio processo de aprendizagem. Por este motivo, o uso da calculadora no Ensino Básico apenas é

expressamente recomendado em anos escolares mais avançados e sobretudo em situações pontuais de resolução de problemas que envolvam, por exemplo, um elevado número de cálculos, a utilização de valores aproximados, operações de radiciação ou a determinação de razões trigonométricas ou de amplitudes de ângulos dada uma razão trigonométrica, quando não haja intenção manifesta de, por alguma razão justificada, dispensar esse uso.

7. AVALIAÇÃO

O Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho, estabelece os princípios orientadores da organização, da gestão e do desenvolvimento dos currículos dos ensinos básico e secundário, bem como da avaliação dos conhecimentos adquiridos e das capacidades desenvolvidas pelos alunos do Ensino Básico ministradas em estabelecimentos escolares públicos, particulares e cooperativos.

O Despacho Normativo n.º 24-A/2012 de 6 de dezembro de 2012, define as regras de avaliação do desempenho dos alunos nos três ciclos do Ensino Básico. Em particular, explicita-se nesse normativo que o sistema educativo deve adotar como referencial de avaliação as Metas Curriculares.

É este documento que permitirá cumprir a função de regulação e orientação do percurso de aprendizagem que a avaliação do desempenho dos alunos deverá assumir. Os resultados dos processos avaliativos (de caráter nacional, de escola, de turma e de aluno) devem contribuir para a orientação do ensino, de modo a que se possam superar, em tempo útil e de modo apropriado, dificuldades de aprendizagem identificadas e, simultaneamente, reforçar os progressos verificados. Todos estes propósitos devem ser concretizados recorrendo a uma avaliação diversificada e frequente, contribuindo, assim, para que os alunos adquiram uma maior consciência do seu nível de aprendizagem.

Nesta conformidade, qualquer tipo de avaliação deve ser concretizado por referência às Metas Curriculares e deve permitir efetuar um diagnóstico da situação da aprendizagem de cada aluno e de cada turma. A classificação resultante da avaliação interna no final de cada período traduzirá o nível de desempenho do aluno no que se refere ao cumprimento das Metas Curriculares.

8. BIBLIOGRAFIA

1. Aharoni, R., *Aritmética para pais*, Lisboa: SPM/Gradiva (trad. de *Arithmetic for Parents: A Book for Grownups about Childrens' Mathematics*, El Cerrito, CA, Sumizdat, 2007).
2. Anderson, J.R. & Schunn, C., Implications of the ACT-R learning theory: No magic bullets, *Advances in instructional psychology, Educational design and cognitive science* (pp. 1-33), Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2000.
3. Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M.C., *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática, Caderno de Apoio - 1.º Ciclo*, Ministério da Educação e Ciência: Direção Geral da Educação, 2012.
4. Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M.C., *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática, Caderno de Apoio - 2.º Ciclo*, Ministério da Educação e Ciência: Direção Geral da Educação, 2012.

5. Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F. & Timóteo, M.C., *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática, Caderno de Apoio - 3.º Ciclo*, Ministério da Educação e Ciência: Direção Geral da Educação, 2013.

6. *Common Core State Standards for Mathematics*, Common Core State Standards Initiative, Preparing America's students for college & Career, 2011.

7. *Elementary Mathematics Syllabus*, Singapore Ministry of Education, 2009.

8. Geary, D., Berch, D.B., Ooykin, W., Embretson, S., Reyna, V., & Siegler, R., Learning mathematics: Findings from The National (United States) Mathematics Advisory Panel, in N. Crato (Org.), *Ensino da matemática: Questões e soluções*, (pp. 175-221), Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.

9. Geary, D.C., Development of mathematical understanding, in D. Kuhl & R.S. Siegler (Vol. Eds.), *Cognition, perception, and language,* Vol. 2., W. Damon (Gen. Ed.), *Handbook of child psychology*, 6th ed., (pp. 777-810), New York: John Wiley & Sons, 2006.

10. Kaminsky, J., Sloutsky, V. & Heckler, A., The advantage of abstract examples in learning math, *Education Forum*, 320 (pp. 454-455), 2008.

11. Karpicke, J.D. & Roediger, H.L., The critical importance of retrieval for learning, *Science*, 319, (pp. 966-968), 2008.

12. Kirschener, P., Sweller, J., & Clark, R., Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching, *Educational Psychologist, 41* (2), (pp. 75-86), 2006.

13. *Mathematics – The National Curriculum for England*, Department for Education and Employment, London, 1999.

14. Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A., *Trends in International Mathematics and Science Study, TIMMS-2011 International Results in Mathematics*, Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College, 2012.

15. NMAP – National Mathematics Advisory Panel, *Foundations for success: Final Report*, U.S. Department of Education, 2008.

16. Paas, F., Renkl, A., & Sweller, J., Cognitive load theory: Instructional implications of the interaction between information structures and cognitive architecture, *Instructional Science, 32*, 1-8, 2004.

17. Ponte, J.P., Serrazina, L., Guimarães, H.M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M.E. & Oliveira, P.A., *Programa Nacional do Ensino Básico,* Ministério da Educação: Direção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular, 2007.

18. Rittle-Johnson, B., Siegler, R.S. & Alibali, M.W., Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process, *Journal of Educational Psychology*, 93, (pp. 346-362), 2001.

19. Roediger, H.L., Karpicke, J.D., Test-enhanced learning: Taking memory tests improves long-term retention, *Psychological Science*, 17, (pp. 249-255), 2006.

20. Roediger, H.L., Karpicke, J.D., The power of testing memory: Basic research and implications for educational practice, Perspectives on Psychological Science, 1, (pp. 181-210), 2006.

21. Rohder, D. & Taylor, K., The effects of overlearning and distributed practice on the retention of mathematics knowledge, *Applied Cognitive Psychology*, 20, 2006.

22. Sweller, J., Clark, R. & Kirschener, P., Teaching general problem-solving skills is not a substitute for, or a viable addition to, teaching mathematics (pp. 1303-1304), *Doceamus* 57(10), 2010.
23. Wu, H., Fractions, decimals and rational numbers, (http://math.berkeley.edu/~wu/), 2008.
24. Wu, H., On the learning of Algebra, (http://math.berkeley.edu/~wu/), 2001.

Metas Curriculares

Ensino Básico

Matemática

(homologadas a 3 de agosto de 2012)

António Bivar, Carlos Grosso, Filipe Oliveira, Maria Clementina Timóteo

Autores

António Bivar – Universidade Lusíada de Lisboa; aposentado da Fac. de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Grosso – Escola Secundária c/ 3.º Ciclo de Pedro Nunes
Filipe Oliveira – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa
Maria Clementina Timóteo – Agrupamento de Escolas de Queluz-Belas, Unidade Padre Alberto Neto

Consultores

António St. Aubyn – Universidade Lusíada de Lisboa
Armando Machado – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Carlos Andrade – Escola Secundária de Mem Martins
Eduardo Marques de Sá – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra
João Carriço – Agrupamento de Escolas D. Filipa de Lencastre
Jorge Buescu – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Luís Sanchez – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Miguel Ramos – Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

METAS CURRICULARES DO ENSINO BÁSICO - MATEMÁTICA

O presente documento descreve o conjunto das metas curriculares da disciplina de Matemática que os alunos devem atingir durante o Ensino Básico, tendo-se privilegiado os elementos essenciais que constam do Programa de 2007. Os objetivos gerais, completados por descritores mais precisos, encontram-se organizados em cada ano de escolaridade, por domínios e subdomínios, segundo a seguinte estrutura:

Domínio

Subdomínio

1. *Objetivo geral*
    1. Descritor
    2. Descritor

    …….

Os diferentes descritores estão redigidos de forma objetiva, numa linguagem rigorosa destinada ao professor, devendo este selecionar uma estratégia de ensino adequada à respetiva concretização, incluindo uma adaptação da linguagem aos diferentes níveis de escolaridade. O significado preciso de certos verbos com que se iniciam alguns descritores («saber», «reconhecer», «identificar», «designar», «provar», «demonstrar») depende do ciclo a que se referem, encontrando-se uma descrição do que é pretendido explicitada nos parágrafos intitulados «Leitura das metas curriculares». Em particular, as técnicas de argumentação e de demonstração, que constituem a própria natureza da Matemática, vão sendo, de forma progressiva, requeridas a todos os alunos.

A prática letiva obriga, naturalmente a frequentes revisões de objetivos gerais e descritores correspondentes a anos de escolaridade anteriores. Estes pré-requisitos não se encontram explicitados no texto, devendo o professor identificá-los consoante a necessidade, a pertinência e as características próprias de cada grupo de alunos.

Os temas transversais referidos no Programa de 2007, como a Comunicação ou o Raciocínio matemático, referem-se a capacidades estruturais indispensáveis ao cumprimento dos objetivos elencados, estando contemplados neste documento de forma explícita ou implícita em todos os descritores.

Optou-se por formar uma sequência de objetivos gerais e de descritores, dentro de cada subdomínio, que corresponde a uma progressão de ensino adequada, podendo no entanto optar-se por alternativas coerentes que cumpram os mesmos objetivos e respetivos descritores. Existem em particular algumas circunstâncias em que se torna necessário cumprir alternadamente descritores que pertencem a subdomínios ou mesmo a domínios distintos; com efeito, a arrumação dos tópicos por domínios temáticos, e simultaneamente respeitando dentro de cada domínio uma determinada progressão a isso pode levar, dada a própria natureza e interligação dos conteúdos e capacidades matemáticas.

São também disponibilizados aos professores cadernos de apoio às presentes metas curriculares (um por ciclo) contendo suportes teóricos aos objetivos e descritores, bem como exemplos de concretização de alguns deles. Nesses documentos, os níveis de desempenho esperados foram, sempre que possível, objeto de especificação.

1.º ciclo

Leitura das Metas Curriculares do 1.º ciclo

«**Identificar**», «**designar**»: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, não se exigindo, neste ciclo, que enuncie formalmente as definições indicadas (salvo nas situações mais simples), mas antes que reconheça os diferentes objetos e conceitos em exemplos concretos, desenhos, etc.

«Estender»: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, reconhecendo que se trata de uma generalização.

«**Reconhecer**»: Neste ciclo pretende-se que o aluno reconheça intuitivamente a veracidade do enunciado em causa em exemplos concretos. Em casos muito simples, poderá apresentar argumentos que envolvam outros resultados já estudados e que expliquem a validade do enunciado.

«**Saber**»: Pretende-se que o aluno conheça o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.

1.º ANO

Números e Operações NO1

Números naturais

1. Contar até cem

1. Verificar que dois conjuntos têm o mesmo número de elementos ou determinar qual dos dois é mais numeroso utilizando correspondências um a um.
2. Saber de memória a sequência dos nomes dos números naturais até vinte e utilizar corretamente os numerais do sistema decimal para os representar.
3. Contar até vinte objetos e reconhecer que o resultado final não depende da ordem de contagem escolhida.
4. Associar pela contagem diferentes conjuntos ao mesmo número natural, o conjunto vazio ao número zero e reconhecer que um conjunto tem menor número de elementos que outro se o resultado da contagem do primeiro for anterior, na ordem natural, ao resultado da contagem do segundo.
5. Efetuar contagens progressivas e regressivas envolvendo números até cem.

Sistema de numeração decimal

2. Descodificar o sistema de numeração decimal

1. Designar dez unidades por uma dezena e reconhecer que na representação «10» o algarismo «1» se encontra numa nova posição marcada pela colocação do «0».
2. Saber que os números naturais entre 11 e 19 são compostos por uma dezena e uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito ou nove unidades.
3. Ler e representar qualquer número natural até 100, identificando o valor posicional dos algarismos que o compõem.
4. Comparar números naturais até 100 tirando partido do valor posicional dos algarismos e utilizar corretamente os símbolos «<» e «>».

Adição

3. Adicionar números naturais

1. Saber que o sucessor de um número na ordem natural é igual a esse número mais 1.
2. Efetuar adições envolvendo números naturais até 20, por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas.
3. Utilizar corretamente os símbolos «+» e «=» e os termos «parcela» e «soma».
4. Reconhecer que a soma de qualquer número com zero é igual a esse número.
5. Adicionar fluentemente dois números de um algarismo.
6. Decompor um número natural inferior a 100 na soma das dezenas com as unidades.
7. Decompor um número natural até 20 em somas de dois ou mais números de um algarismo.
8. Adicionar mentalmente um número de dois algarismos com um número de um algarismo e um número de dois algarismos com um número de dois algarismos terminado em 0, nos casos em que a soma é inferior a 100.

9. Adicionar dois quaisquer números naturais cuja soma seja inferior a 100, adicionando dezenas com dezenas, unidades com unidades com composição de dez unidades em uma dezena quando necessário, e privilegiando a representação vertical do cálculo.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas de um passo envolvendo situações de juntar ou acrescentar.

Subtração

5. Subtrair números naturais

1. Efetuar subtrações envolvendo números naturais até 20 por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas.
2. Utilizar corretamente o símbolo «−» e os termos «aditivo», «subtrativo» e «diferença».
3. Relacionar a subtração com a adição, identificando a diferença entre dois números como o número que se deve adicionar ao subtrativo para obter o aditivo.
4. Efetuar a subtração de dois números por contagens progressivas ou regressivas de, no máximo, nove unidades.
5. Subtrair de um número natural até 100 um dado número de dezenas.
6. Efetuar a subtração de dois números naturais até 100, decompondo o subtrativo em dezenas e unidades.

6. Resolver problemas

1. Resolver problemas de um passo envolvendo situações de retirar, comparar ou completar.

Localização e orientação no espaço

1. Situar-se e situar objetos no espaço

1. Utilizar corretamente o vocabulário próprio das relações de posição de dois objetos.
2. Reconhecer que um objeto está situado à frente de outro quando o oculta total ou parcialmente da vista de quem observa e utilizar corretamente as expressões «à frente de» e «por detrás de».
3. Reconhecer que se um objeto estiver à frente de outro então o primeiro está mais perto do observador e utilizar corretamente as expressões «mais perto» e «mais longe».
4. Identificar alinhamentos de três ou mais objetos (incluindo ou não o observador) e utilizar adequadamente neste contexto as expressões «situado entre», «mais distante de», «mais próximo de» e outras equivalentes.
5. Utilizar o termo «ponto» para identificar a posição de um objeto de dimensões desprezáveis e efetuar e reconhecer representações de pontos alinhados e não alinhados.
6. Comparar distâncias entre pares de objetos e de pontos utilizando deslocamentos de objetos rígidos e utilizar adequadamente neste contexto as expressões «à mesma distância», «igualmente próximo», «mais distantes», «mais próximos» e outras equivalentes.
7. Identificar figuras geométricas como «geometricamente iguais», ou simplesmente «iguais», quando podem ser levadas a ocupar a mesma região do espaço por deslocamentos rígidos.

Figuras geométricas

2. Reconhecer e representar formas geométricas

1. Identificar partes retilíneas de objetos e desenhos, representar segmentos de reta sabendo que são constituídos por pontos alinhados e utilizar corretamente os termos «segmento de reta», «extremos (ou extremidades) do segmento de reta» e «pontos do segmento de reta».
2. Identificar pares de segmentos de reta com o mesmo comprimento como aqueles cujos extremos estão à mesma distância e saber que são geometricamente iguais.
3. Identificar partes planas de objetos verificando que de certa perspetiva podem ser vistas como retilíneas.
4. Reconhecer partes planas de objetos em posições variadas.
5. Identificar, em objetos, retângulos e quadrados com dois lados em posição vertical e os outros dois em posição horizontal e reconhecer o quadrado como caso particular do retângulo.
6. Identificar, em objetos e desenhos, triângulos, retângulos, quadrados, circunferências e círculos em posições variadas e utilizar corretamente os termos «lado» e «vértice».
7. Representar triângulos e, em grelha quadriculada, retângulos e quadrados.
8. Identificar cubos, paralelepípedos retângulos, cilindros e esferas.

Medida

3. *Medir distâncias e comprimentos*

    1. Utilizar um objeto rígido com dois pontos nele fixados para medir distâncias e comprimentos que possam ser expressos como números naturais e utilizar corretamente neste contexto a expressão «unidade de comprimento».
    2. Reconhecer que a medida da distância entre dois pontos e portanto a medida do comprimento do segmento de reta por eles determinado depende da unidade de comprimento.
    3. Efetuar medições referindo a unidade de comprimento utilizada.
    4. Comparar distâncias e comprimentos utilizando as respetivas medidas, fixada uma mesma unidade de comprimento.

4. *Medir áreas*

    1. Reconhecer, num quadriculado, figuras equidecomponíveis.
    2. Saber que duas figuras equidecomponíveis têm a mesma área e, por esse motivo, qualificá-las como figuras «equivalentes».
    3. Comparar áreas de figuras por sobreposição, decompondo-as previamente se necessário.

5. *Medir o tempo*

    1. Utilizar corretamente o vocabulário próprio das relações temporais.
    2. Reconhecer o caráter cíclico de determinados fenómenos naturais e utilizá-los para contar o tempo.
    3. Utilizar e relacionar corretamente os termos «dia», «semana», «mês» e «ano».
    4. Conhecer o nome dos dias da semana e dos meses do ano.

6. *Contar dinheiro*

    1. Reconhecer as diferentes moedas e notas do sistema monetário da Área do Euro.
    2. Saber que 1 euro é composto por 100 cêntimos.
    3. Ler quantias de dinheiro decompostas em euros e cêntimos envolvendo números até 100.
    4. Efetuar contagens de quantias de dinheiro envolvendo números até 100, utilizando apenas euros ou apenas cêntimos.
    5. Ordenar moedas de cêntimos de euro segundo o respetivo valor.

Representação de conjuntos

1. *Representar conjuntos e elementos*
    1. Utilizar corretamente os termos «conjunto», «elemento» e as expressões «pertence ao conjunto», «não pertence ao conjunto» e «cardinal do conjunto».
    2. Representar graficamente conjuntos disjuntos e os respetivos elementos em diagramas de Venn.

Representação de dados

2. *Recolher e representar conjuntos de dados*
    1. Ler gráficos de pontos e pictogramas em que cada figura representa uma unidade.
    2. Recolher e registar dados utilizando gráficos de pontos e pictogramas em que cada figura representa uma unidade.

2.º ANO

Números e Operações NO2

Números naturais

1. *Conhecer os numerais ordinais*

    1. Utilizar corretamente os numerais ordinais até «vigésimo».

2. *Contar até mil*

    1. Estender as regras de construção dos numerais cardinais até mil.
    2. Efetuar contagens de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10 e de 100 em 100.

3. *Reconhecer a paridade*

    1. Distinguir os números pares dos números ímpares utilizando objetos ou desenhos e efetuando emparelhamentos.
    2. Identificar um número par como uma soma de parcelas iguais a 2 e reconhecer que um número é par quando é a soma de duas parcelas iguais.
    3. Reconhecer a alternância dos números pares e ímpares na ordem natural e a paridade de um número através do algarismo das unidades.

Sistema de numeração decimal

4. *Descodificar o sistema de numeração decimal*

    1. Designar cem unidades por uma centena e reconhecer que uma centena é igual a dez dezenas.
    2. Ler e representar qualquer número natural até 1000, identificando o valor posicional dos algarismos que o compõem.
    3. Comparar números naturais até 1000 utilizando os símbolos «<» e «>».

Adição e Subtração

5. *Adicionar e subtrair números naturais*

    1. Saber de memória a soma de dois quaisquer números de um algarismo.
    2. Subtrair fluentemente números naturais até 20.
    3. Adicionar ou subtrair mentalmente 10 e 100 de um número com três algarismos.
    4. Adicionar dois ou mais números naturais cuja soma seja inferior a 1000, privilegiando a representação vertical do cálculo.
    5. Subtrair dois números naturais até 1000, privilegiando a representação vertical do cálculo.

6. *Resolver problemas*

    1. Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, comparar e completar.

Multiplicação

7. Multiplicar números naturais

1. Efetuar multiplicações adicionando parcelas iguais, envolvendo números naturais até 10, por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas.
2. Utilizar corretamente o símbolo «$\times$» e os termos «fator» e «produto».
3. Efetuar uma dada multiplicação fixando dois conjuntos disjuntos e contando o número de pares que se podem formar com um elemento de cada, por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas.
4. Reconhecer que o produto de qualquer número por 1 é igual a esse número e que o produto de qualquer número por 0 é igual a 0.
5. Reconhecer a propriedade comutativa da multiplicação contando o número de objetos colocados numa malha retangular e verificando que é igual ao produto, por qualquer ordem, do número de linhas pelo número de colunas.
6. Calcular o produto de quaisquer dois números de um algarismo.
7. Construir e saber de memória as tabuadas do 2, do 3, do 4, do 5, do 6 e do 10.
8. Utilizar adequadamente os termos «dobro», «triplo», «quádruplo» e «quíntuplo».

8. Resolver problemas

1. Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório.

Divisão inteira

9. Efetuar divisões exatas de números naturais

1. Efetuar divisões exatas envolvendo divisores até 10 e dividendos até 20 por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas.
2. Utilizar corretamente o símbolo «:» e os termos «dividendo», «divisor» e «quociente».
3. Relacionar a divisão com a multiplicação, sabendo que o quociente é o número que se deve multiplicar pelo divisor para obter o dividendo.
4. Efetuar divisões exatas utilizando as tabuadas de multiplicação já conhecidas.
5. Utilizar adequadamente os termos «metade», «terça parte», «quarta parte» e «quinta parte», relacionando-os respetivamente com o dobro, o triplo, o quádruplo e o quíntuplo.

10. Resolver problemas

1. Resolver problemas de um passo envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.

Números racionais não negativos

11. Dividir a unidade

1. Fixar um segmento de reta como unidade e identificar $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$ como números, iguais à medida do comprimento de cada um dos segmentos de reta resultantes da

decomposição da unidade em respetivamente dois, três, quatro, cinco, dez, cem e mil segmentos de reta de igual comprimento.

2. Fixar um segmento de reta como unidade e representar números naturais e as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$ por pontos de uma semirreta dada, representando o zero pela origem e de tal modo que o ponto que representa determinado número se encontra a uma distância da origem igual a esse número de unidades.
3. Utilizar as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$ para referir cada uma das partes de um todo dividido respetivamente em duas, três, quatro, cinco, dez, cem e mil partes equivalentes.

Sequências e regularidades

12. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a determinação de termos de uma sequência, dada a lei de formação.
2. Resolver problemas envolvendo a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida.

Localização e orientação no espaço

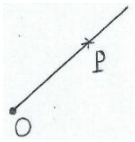
1. Situar-se e situar objetos no espaço

1. Identificar a «direção» de um objeto ou de um ponto (relativamente a quem observa) como o conjunto das posições situadas à frente e por detrás desse objeto ou desse ponto.
2. Utilizar corretamente os termos «volta inteira», «meia volta», «quarto de volta», «virar à direita» e «virar à esquerda» do ponto de vista de um observador e relacioná-los com pares de direções.
3. Identificar numa grelha quadriculada pontos equidistantes de um dado ponto.
4. Representar numa grelha quadriculada itinerários incluindo mudanças de direção e identificando os quartos de volta para a direita e para a esquerda.

Figuras geométricas

2. Reconhecer e representar formas geométricas

1. Identificar a semirreta com origem em O e que passa no ponto P como a figura geométrica constituída pelos pontos que estão na direção de P relativamente a O.



2. Identificar a reta determinada por dois pontos como o conjunto dos pontos com eles alinhados e utilizar corretamente as expressões «semirretas opostas» e «reta suporte de uma semirreta».
3. Distinguir linhas poligonais de linhas não poligonais e polígonos de figuras planas não poligonais.
4. Identificar em desenhos as partes interna e externa de linhas planas fechadas e utilizar o termo «fronteira» para designar as linhas.
5. Identificar e representar triângulos isósceles, equiláteros e escalenos, reconhecendo os segundos como casos particulares dos primeiros.
6. Identificar e representar losangos e reconhecer o quadrado como caso particular do losango.
7. Identificar e representar quadriláteros e reconhecer os losangos e retângulos como casos particulares de quadriláteros.
8. Identificar e representar pentágonos e hexágonos.
9. Identificar pirâmides e cones, distinguir poliedros de outros sólidos e utilizar corretamente os termos «vértice», «aresta» e «face».
10. Identificar figuras geométricas numa composição e efetuar composições de figuras geométricas.
11. Distinguir atributos não geométricos de atributos geométricos de um dado objeto.
12. Completar figuras planas de modo que fiquem simétricas relativamente a um eixo previamente fixado, utilizando dobragens, papel vegetal, etc.

Medida

3. Medir distâncias e comprimentos

1. Reconhecer que fixada uma unidade de comprimento nem sempre é possível medir uma dada distância exatamente como um número natural e utilizar corretamente as expressões «mede mais/menos do que» um certo número de unidades.
2. Designar subunidades de comprimento resultantes da divisão de uma dada unidade de comprimento em duas, três, quatro, cinco, dez, cem ou mil partes iguais respetivamente por «um

meio», «um terço», «um quarto», «um quinto», «um décimo», «um centésimo» ou «um milésimo» da unidade.
3. Identificar o metro como unidade de comprimento padrão, o decímetro, o centímetro e o milímetro respetivamente como a décima, a centésima e a milésima parte do metro e efetuar medições utilizando estas unidades.
4. Identificar o perímetro de um polígono como a soma das medidas dos comprimentos dos lados, fixada uma unidade.

4. *Medir áreas*

1. Medir áreas de figuras efetuando decomposições em partes geometricamente iguais tomadas como unidade de área.
2. Comparar áreas de figuras utilizando as respetivas medidas, fixada uma mesma unidade de área.

5. *Medir volumes e capacidades*

1. Reconhecer figuras equidecomponíveis em construções com cubos de arestas iguais.
2. Reconhecer que dois objetos equidecomponíveis têm o mesmo volume.
3. Medir volumes de construções efetuando decomposições em partes geometricamente iguais tomadas como unidade de volume.
4. Utilizar a transferência de líquidos para ordenar a capacidade de dois recipientes.
5. Medir capacidades, fixado um recipiente como unidade de volume.
6. Utilizar o litro para realizar medições de capacidade.
7. Comparar volumes de objetos imergindo-os em líquido contido num recipiente, por comparação dos níveis atingidos pelo líquido.

6. *Medir massas*

1. Comparar massas numa balança de dois pratos.
2. Utilizar unidades de massa não convencionais para realizar pesagens.
3. Utilizar o quilograma para realizar pesagens.

7. *Medir o tempo*

1. Efetuar medições do tempo utilizando instrumentos apropriados.
2. Reconhecer a hora como unidade de medida de tempo e relacioná-la com o dia.
3. Ler e escrever a medida de tempo apresentada num relógio de ponteiros, em horas, meias horas e quartos de hora.
4. Ler e interpretar calendários e horários.

8. *Contar dinheiro*

1. Ler e escrever quantias de dinheiro decompostas em euros e cêntimos envolvendo números até 1000.
2. Efetuar contagens de quantias de dinheiro envolvendo números até 1000.

9. *Resolver problemas*

1. Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo medidas de diferentes grandezas.

Representação de conjuntos

1. *Operar com conjuntos*
    1. Determinar a reunião e a interseção de dois conjuntos.
    2. Construir e interpretar diagramas de Venn e de Carroll.
    3. Classificar objetos de acordo com um ou dois critérios.

Representação de dados

2. *Recolher e representar conjuntos de dados*
    1. Ler tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas em diferentes escalas.
    2. Recolher dados utilizando esquemas de contagem (*tally charts)* e representá-los em tabelas de frequências absolutas.
    3. Representar dados através de gráficos de pontos e de pictogramas.

3. *Interpretar representações de conjuntos de dados*
    1. Retirar informação de esquemas de contagem, gráficos de pontos e pictogramas identificando a característica em estudo e comparando as frequências absolutas das várias categorias (no caso das variáveis qualitativas) ou classes (no caso das variáveis quantitativas discretas) observadas.
    2. Organizar conjuntos de dados em diagramas de Venn e de Carroll.
    3. Construir e interpretar gráficos de barras.

3.º ANO

Números e Operações NO3

Números naturais

1. *Conhecer os numerais ordinais*
    1. Utilizar corretamente os numerais ordinais até «centésimo».

2. *Contar até um milhão*
    1. Estender as regras de construção dos numerais cardinais até um milhão.
    2. Efetuar contagens progressivas e regressivas, com saltos fixos, que possam tirar partido das regras de construção dos numerais cardinais até um milhão.

3. *Conhecer a numeração romana*
    1. Conhecer e utilizar corretamente os numerais romanos.

Sistema de numeração decimal

4. *Descodificar o sistema de numeração decimal*
    1. Designar mil unidades por um milhar e reconhecer que um milhar é igual a dez centenas e a cem dezenas.
    2. Representar qualquer número natural até $1.000.000$, identificando o valor posicional dos algarismos que o compõem e efetuar a leitura por classes e por ordens.
    3. Comparar números naturais até $1.000.000$ utilizando os símbolos «<» e «>».
    4. Efetuar a decomposição decimal de qualquer número natural até um milhão.
    5. Arredondar um número natural à dezena, à centena, ao milhar, à dezena de milhar ou à centena de milhar mais próxima, utilizando o valor posicional dos algarismos.

Adição e subtração

5. *Adicionar e subtrair números naturais*
    1. Adicionar dois números naturais cuja soma seja inferior a $1.000.000$, utilizando o algoritmo da adição.
    2. Subtrair dois números naturais até $1.000.000$, utilizando o algoritmo da subtração.

6. *Resolver problemas*
    1. Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, completar e comparar.

Multiplicação

7. Multiplicar números naturais

1. Saber de memória as tabuadas do 7, do 8 e do 9.
2. Utilizar corretamente a expressão «múltiplo de» e reconhecer que os múltiplos de 2 são os números pares.
3. Reconhecer que o produto de um número por 10, 100, 1000, etc. se obtém acrescentando à representação decimal desse número o correspondente número de zeros.
4. Efetuar mentalmente multiplicações de números com um algarismo por múltiplos de dez inferiores a cem, tirando partido das tabuadas.
5. Efetuar a multiplicação de um número de um algarismo por um número de dois algarismos, decompondo o segundo em dezenas e unidades e utilizando a propriedade distributiva.
6. Multiplicar fluentemente um número de um algarismo por um número de dois algarismos, começando por calcular o produto pelas unidades e retendo o número de dezenas obtidas para o adicionar ao produto pelas dezenas.
7. Multiplicar dois números de dois algarismos, decompondo um deles em dezenas e unidades, utilizando a propriedade distributiva e completando o cálculo com recurso à disposição usual do algoritmo.
8. Multiplicar quaisquer dois números cujo produto seja inferior a um milhão, utilizando o algoritmo da multiplicação.
9. Reconhecer os múltiplos de 2, 5 e 10 por inspeção do algarismo das unidades.

8. Resolver problemas

1. Resolver problemas de até três passos envolvendo situações multiplicativas nos sentidos aditivo e combinatório.

Divisão

9. Efetuar divisões inteiras

1. Efetuar divisões inteiras identificando o quociente e o resto quando o divisor e o quociente são números naturais inferiores a 10, por manipulação de objetos ou recorrendo a desenhos e esquemas.
2. Reconhecer que o dividendo é igual à soma do resto com o produto do quociente pelo divisor e que o resto é inferior ao divisor.
3. Efetuar divisões inteiras com divisor e quociente inferiores a 10 utilizando a tabuada do divisor e apresentar o resultado com a disposição usual do algoritmo.
4. Utilizar corretamente as expressões «divisor de» e «divisível por» e reconhecer que um número natural é divisor de outro se o segundo for múltiplo do primeiro (e vice-versa).
5. Reconhecer que um número natural é divisor de outro se o resto da divisão do segundo pelo primeiro for igual a zero.

10. Resolver problemas

1. Resolver problemas de até três passos envolvendo situações de partilha equitativa e de agrupamento.

Números racionais não negativos

11. Medir com frações

1. Fixar um segmento de reta como unidade e identificar uma fração unitária $\frac{1}{b}$ (sendo b um número natural) como um número igual à medida do comprimento de cada um dos segmentos de reta resultantes da decomposição da unidade em b segmentos de reta de comprimentos iguais.
2. Fixar um segmento de reta como unidade e identificar uma fração $\frac{a}{b}$ (sendo a e b números naturais) como um número, igual à medida do comprimento de um segmento de reta obtido por justaposição retilínea, extremo a extremo, de a segmentos de reta com comprimentos iguais medindo $\frac{1}{b}$.
3. Utilizar corretamente os termos «numerador» e «denominador».
4. Utilizar corretamente os numerais fracionários.
5. Utilizar as frações para designar grandezas formadas por certo número de partes equivalentes a uma que resulte de divisão equitativa de um todo.
6. Reconhecer que o número natural a, enquanto medida de uma grandeza, é equivalente à fração $\frac{a}{1}$ e identificar, para todo o número natural b, a fração $\frac{0}{b}$ como o número 0.
7. Fixar um segmento de reta como unidade de comprimento e representar números naturais e frações por pontos de uma semirreta dada, representando o zero pela origem e de tal modo que o ponto que representa determinado número se encontra a uma distância da origem igual a esse número de unidades.
8. Identificar «reta numérica» como a reta suporte de uma semirreta utilizada para representar números não negativos, fixada uma unidade de comprimento.
9. Reconhecer que frações com diferentes numeradores e denominadores podem representar o mesmo ponto da reta numérica, associar a cada um desses pontos representados por frações um «número racional» e utilizar corretamente neste contexto a expressão «frações equivalentes».
10. Identificar frações equivalentes utilizando medições de diferentes grandezas.
11. Reconhecer que uma fração cujo numerador é divisível pelo denominador representa o número natural quociente daqueles dois.
12. Ordenar números racionais positivos utilizando a reta numérica ou a medição de outras grandezas.
13. Ordenar frações com o mesmo denominador.
14. Ordenar frações com o mesmo numerador.
15. Reconhecer que uma fração de denominador igual ou superior ao numerador representa um número racional respetivamente igual ou inferior a 1 e utilizar corretamente o termo «fração própria».

12. Adicionar e subtrair números racionais

1. Reconhecer que a soma e a diferença de números naturais podem ser determinadas na reta numérica por justaposição retilínea extremo a extremo de segmentos de reta.
2. Identificar somas de números racionais positivos como números correspondentes a pontos da reta numérica, utilizando justaposições retilíneas extremo a extremo de segmentos de reta, e a soma de qualquer número com zero como sendo igual ao próprio número.

3. Identificar a diferença de dois números racionais não negativos, em que o aditivo é superior ou igual ao subtrativo, como o número racional que se deve adicionar ao subtrativo para obter o aditivo e identificar o ponto da reta numérica que corresponde à diferença de dois números positivos utilizando justaposições retilíneas extremo a extremo de segmentos de reta.
4. Reconhecer que é igual a 1 a soma de a parcelas iguais a $\frac{1}{a}$ (sendo a número natural).
5. Reconhecer que a soma de a parcelas iguais a $\frac{1}{b}$ (sendo a e b números naturais) é igual a $\frac{a}{b}$ e identificar esta fração como os produtos $a \times \frac{1}{b}$ e $\frac{1}{b} \times a$.
6. Reconhecer que a soma e a diferença de frações de iguais denominadores podem ser obtidas adicionando e subtraindo os numeradores.
7. Decompor uma fração superior a 1 na soma de um número natural e de uma fração própria utilizando a divisão inteira do numerador pelo denominador.

Sistema de numeração decimal

13. Representar números racionais por dízimas

1. Identificar as frações decimais como as frações com denominadores iguais a 10, 100, 1000, etc.
2. Reduzir ao mesmo denominador frações decimais utilizando exemplos do sistema métrico.
3. Adicionar frações decimais com denominadores até 1000, reduzindo ao maior denominador.
4. Representar por $0{,}1$, $0{,}01$ e $0{,}001$ os números racionais $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ e $\frac{1}{1000}$, respetivamente.
5. Representar as frações decimais como dízimas e representá-las na reta numérica.
6. Adicionar e subtrair números representados na forma de dízima utilizando os algoritmos.
7. Efetuar a decomposição decimal de um número racional representado como dízima.

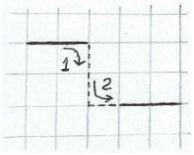
14. Resolver problemas

1. Resolver problemas de até três passos envolvendo números racionais representados de diversas formas e as operações de adição e de subtração.

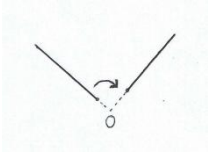
Localização e orientação no espaço

1. Situar-se e situar objetos no espaço

1. Identificar dois segmentos de reta numa grelha quadriculada como paralelos se for possível descrever um itinerário que começa por percorrer um dos segmentos, acaba percorrendo o outro e contém um número par de quartos de volta.



2. Identificar duas direções relativamente a um observador como perpendiculares quando puderem ser ligadas por um quarto de volta.

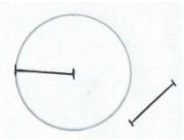


3. Reconhecer e representar segmentos de reta perpendiculares e paralelos em situações variadas.
4. Reconhecer a perpendicularidade entre duas direções quando uma é vertical e outra horizontal.
5. Reconhecer, numa grelha quadriculada na qual cada fila "horizontal" («linha») e cada fila "vertical" («coluna») está identificada por um símbolo, que qualquer quadrícula pode ser localizada através de um par de coordenadas.
6. Identificar quadrículas de uma grelha quadriculada através das respetivas coordenadas.

Figuras geométricas

2. Reconhecer propriedades geométricas

1. Identificar uma «circunferência» em determinado plano como o conjunto de pontos desse plano a uma distância dada de um ponto nele fixado e representar circunferências utilizando um compasso.



2. Identificar uma «superfície esférica» como o conjunto de pontos do espaço a uma distância dada de um ponto.
3. Utilizar corretamente os termos «centro», «raio» e «diâmetro».
4. Identificar a «parte interna de uma circunferência» como o conjunto dos pontos do plano cuja distância ao centro é inferior ao raio.
5. Identificar um «círculo» como a reunião de uma circunferência com a respetiva parte interna.

6. Identificar a «parte interna de uma superfície esférica» como o conjunto dos pontos do espaço cuja distância ao centro é inferior ao raio.
7. Identificar uma «esfera» como a reunião de uma superfície esférica com a respetiva parte interna.
8. Identificar eixos de simetria em figuras planas utilizando dobragens, papel vegetal, etc.

Medida

3. Medir comprimentos e áreas

1. Relacionar as diferentes unidades de medida de comprimento do sistema métrico.
2. Medir distâncias e comprimentos utilizando as unidades do sistema métrico e efetuar conversões.
3. Construir numa grelha quadriculada figuras não geometricamente iguais com o mesmo perímetro.

4. Reconhecer que figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes.
5. Fixar uma unidade de comprimento e identificar a área de um quadrado de lado de medida 1 como uma «unidade quadrada».
6. Medir a área de figuras decomponíveis em unidades quadradas.
7. Enquadrar a área de uma figura utilizando figuras decomponíveis em unidades quadradas.
8. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida, em unidades quadradas, da área de um retângulo de lados de medidas inteiras é dada pelo produto das medidas de dois lados concorrentes.
9. Reconhecer o metro quadrado como a área de um quadrado com um metro de lado.

4. Medir massas

1. Relacionar as diferentes unidades de massa do sistema métrico.
2. Realizar pesagens utilizando as unidades do sistema métrico e efetuar conversões.
3. Saber que um litro de água pesa um quilograma.

5. Medir capacidades

1. Relacionar as diferentes unidades de capacidade do sistema métrico.
2. Medir capacidades utilizando as unidades do sistema métrico e efetuar conversões.

6. Medir o tempo

1. Saber que o minuto é a sexagésima parte da hora e que o segundo é a sexagésima parte do minuto.
2. Ler e escrever a medida do tempo apresentada num relógio de ponteiros em horas e minutos.
3. Efetuar conversões de medidas de tempo expressas em horas, minutos e segundos.
4. Adicionar e subtrair medidas de tempo expressas em horas, minutos e segundos.

7. Contar dinheiro

1. Adicionar e subtrair quantias de dinheiro.

8. Resolver problemas

1. Resolver problemas de até três passos envolvendo medidas de diferentes grandezas.

Representação e tratamento de dados

1. *Representar conjuntos de dados*

    1. Representar conjuntos de dados expressos na forma de números inteiros não negativos em diagramas de caule-e-folhas.

2. *Tratar conjuntos de dados*

    1. Identificar a «frequência absoluta» de uma categoria/classe de determinado conjunto de dados como o número de dados que pertencem a essa categoria/classe.
    2. Identificar a «moda» de um conjunto de dados qualitativos/quantitativos discretos como a categoria/classe com maior frequência absoluta.
    3. Saber que no caso de conjuntos de dados quantitativos discretos também se utiliza a designação «moda» para designar qualquer classe com maior frequência absoluta do que as classes vizinhas, ou seja, correspondentes aos valores imediatamente superior e inferior.
    4. Identificar o «máximo» e o «mínimo» de um conjunto de dados numéricos respetivamente como o maior e o menor valor desses dados e a «amplitude» como a diferença entre o máximo e o mínimo.

3. *Resolver problemas*

    1. Resolver problemas envolvendo a análise de dados representados em tabelas, diagramas ou gráficos e a determinação de frequências absolutas, moda, extremos e amplitude.
    2. Resolver problemas envolvendo a organização de dados por categorias/classes e a respetiva representação de uma forma adequada.

4.º ANO

Números e Operações NO4

Números naturais

1. *Contar*

    1. Reconhecer que se poderia prosseguir a contagem indefinidamente introduzindo regras de construção análogas às utilizadas para a contagem até um milhão.
    2. Saber que o termo «bilião» e termos idênticos noutras línguas têm significados distintos em diferentes países, designando um milhão de milhões em Portugal e noutros países europeus e um milhar de milhões no Brasil (bilhão) e nos EUA (billion), por exemplo.

2. *Efetuar divisões inteiras*

    1. Efetuar divisões inteiras com dividendos de três algarismos e divisores de dois algarismos, nos casos em que o dividendo é menor que 10 vezes o divisor, começando por construir uma tabuada do divisor constituída pelos produtos com os números de 1 a 9 e apresentar o resultado com a disposição usual do algoritmo.
    2. Efetuar divisões inteiras com dividendos de três algarismos e divisores de dois algarismos, nos casos em que o dividendo é menor que 10 vezes o divisor, utilizando o algoritmo, ou seja, determinando os algarismos do resto sem calcular previamente o produto do quociente pelo divisor.
    3. Efetuar divisões inteiras com dividendos de dois algarismos e divisores de um algarismo, nos casos em que o número de dezenas do dividendo é superior ou igual ao divisor, utilizando o algoritmo.
    4. Efetuar divisões inteiras utilizando o algoritmo.
    5. Identificar os divisores de um número natural até 100.

3. *Resolver problemas*

    1. Resolver problemas de vários passos envolvendo números naturais e as quatro operações.

Números racionais não negativos

4. *Simplificar frações*

    1. Reconhecer que multiplicando o numerador e o denominador de uma dada fração pelo mesmo número natural se obtém uma fração equivalente.
    2. Simplificar frações nos casos em que o numerador e o denominador pertençam simultaneamente à tabuada do 2 ou do 5 ou sejam ambos múltiplos de 10.

5. *Multiplicar e dividir números racionais não negativos*

    1. Estender dos naturais a todos os racionais não negativos a identificação do produto de um número q por um número natural n como a soma de n parcelas iguais a q, se $n > 1$, como o próprio q, se $n = 1$, e representá-lo por $n \times q$ e $q \times n$.
    2. Reconhecer que $n \times \frac{a}{b} = \frac{n \times a}{b}$ e que, em particular, $b \times \frac{a}{b} = a$ (sendo n , a e b números naturais).

3. Estender dos naturais a todos os racionais não negativos a identificação do quociente de um número por outro como o número cujo produto pelo divisor é igual ao dividendo e utilizar o símbolo «:» na representação desse resultado.
4. Reconhecer que $a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ (sendo a e b números naturais).
5. Reconhecer que $\frac{a}{b} : n = \frac{a}{n \times b}$ (sendo n, a e b números naturais).
6. Estender dos naturais a todos os racionais não negativos a identificação do produto de um número q por $\frac{1}{n}$ (sendo n um número natural) como o quociente de q por n, representá-lo por $q \times \frac{1}{n}$ e $\frac{1}{n} \times q$ e reconhecer que o quociente de um número racional não negativo por $\frac{1}{n}$ é igual ao produto desse número por n.
7. Distinguir o quociente resultante de uma divisão inteira do quociente racional de dois números naturais.

6. Representar números racionais por dízimas

1. Reconhecer que o resultado da multiplicação ou divisão de uma dízima por 10, 100, 1000, etc. pode ser obtido deslocando a vírgula uma, duas, três, etc. casas decimais respetivamente para a direita ou esquerda.
2. Reconhecer que o resultado da multiplicação ou divisão de uma dízima por $0{,}1$, $0{,}01$, $0{,}001$, etc. pode ser obtido deslocando a vírgula uma, duas, três, etc. casas decimais respetivamente para a esquerda ou direita.
3. Determinar uma fração decimal equivalente a uma dada fração de denominador 2, 4, 5, 20, 25 ou 50, multiplicando o numerador e o denominador pelo mesmo número natural e representá-la na forma de dízima.
4. Representar por dízimas números racionais dados por frações equivalentes a frações decimais com denominador até 1000, recorrendo ao algoritmo da divisão inteira e posicionando corretamente a vírgula decimal no resultado.
5. Calcular aproximações, na forma de dízima, de números racionais representados por frações, recorrendo ao algoritmo da divisão inteira e posicionando corretamente a vírgula decimal no resultado, e utilizar adequadamente as expressões «aproximação à décima», «aproximação à centésima» e «aproximação à milésima».
6. Multiplicar números representados por dízimas finitas utilizando o algoritmo.
7. Dividir números representados por dízimas finitas utilizando o algoritmo da divisão e posicionando corretamente a vírgula decimal no quociente e no resto.

7. Resolver problemas

1. Resolver problemas de vários passos envolvendo números racionais em diferentes representações e as quatro operações.
2. Resolver problemas envolvendo aproximações de números racionais.

Localização e orientação no espaço

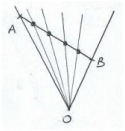
1. Situar-se e situar objetos no espaço

1. Associar o termo «ângulo» a um par de direções relativas a um mesmo observador, utilizar o termo «vértice do ângulo» para identificar a posição do ponto de onde é feita a observação e utilizar corretamente a expressão «ângulo formado por duas direções» e outras equivalentes.
2. Identificar ângulos em diferentes objetos e desenhos.
3. Identificar «ângulos com a mesma amplitude» utilizando deslocamentos de objetos rígidos com três pontos fixados.
4. Reconhecer como ângulos os pares de direções associados respetivamente à meia volta e ao quarto de volta.

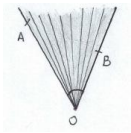
Figuras geométricas

2. Identificar e comparar ângulos

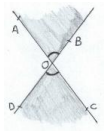
1. Identificar as semirretas situadas entre duas semirretas $\dot{O}A$ e $\dot{O}B$ não colineares como as de origem O que intersetam o segmento de reta $[AB]$.



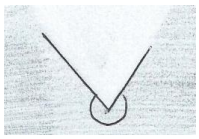
2. Identificar um ângulo convexo AOB de vértice O (A, O e B pontos não colineares) como o conjunto de pontos pertencentes às semirretas situadas entre $\dot{O}A$ e $\dot{O}B$.



3. Identificar dois ângulos convexos AOB e COD como verticalmente opostos quando as semirretas $\dot{O}A$ e $\dot{O}B$ são respetivamente opostas a $\dot{O}C$ e $\dot{O}D$ ou a $\dot{O}D$ e $\dot{O}C$.

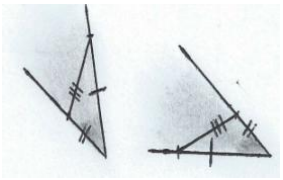


4. Identificar um semiplano como cada uma das partes em que fica dividido um plano por uma reta nele fixada.
5. Identificar um ângulo côncavo AOB de vértice O(A, O e B pontos não colineares) como o conjunto complementar, no plano, do respetivo ângulo convexo unido com as semirretas $\dot{O}A$ e $\dot{O}B$.

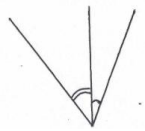


6. Identificar, dados três pontos A, O e B não colineares, «ângulo AOB» como uma designação do ângulo convexo AOB, salvo indicação em contrário.
7. Designar uma semirreta $\dot{O}A$ que passa por um ponto B por «ângulo AOB de vértice O» e referi-la como «ângulo nulo».
8. Associar um ângulo raso a um semiplano e a um par de semirretas opostas que o delimitam e designar por vértice deste ângulo a origem comum das semirretas.
9. Associar um ângulo giro a um plano e a uma semirreta nele fixada e designar por vértice deste ângulo a origem da semirreta.
10. Utilizar corretamente o termo «lado de um ângulo».

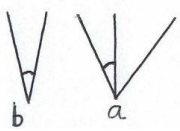
11. Reconhecer dois ângulos, ambos convexos ou ambos côncavos, como tendo a mesma amplitude marcando pontos equidistantes dos vértices nos lados correspondentes de cada um dos ângulos e verificando que são iguais os segmentos de reta determinados por cada par de pontos assim fixado em cada ângulo, e saber que ângulos com a mesma amplitude são geometricamente iguais.



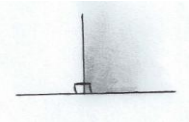
12. Identificar dois ângulos situados no mesmo plano como «adjacentes» quando partilham um lado e nenhum dos ângulos está contido no outro.



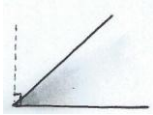
13. Identificar um ângulo como tendo maior amplitude do que outro quando for geometricamente igual à união deste com um ângulo adjacente.



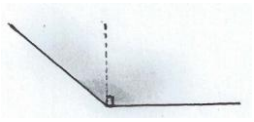
14. Identificar um ângulo como «reto» se, unido com um adjacente de mesma amplitude, formar um semiplano.



15. Identificar um ângulo como «agudo» se tiver amplitude menor do que a de um ângulo reto.



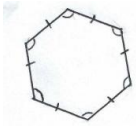
16. Identificar um ângulo convexo como «obtuso» se tiver amplitude maior do que a de um ângulo reto.



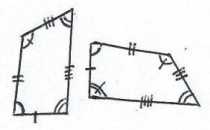
17. Reconhecer ângulos retos, agudos, obtusos, convexos e côncavos em desenhos e objetos e saber representá-los.

3. Reconhecer propriedades geométricas

1. Reconhecer que duas retas são perpendiculares quando formam um ângulo reto e saber que nesta situação os restantes três ângulos formados são igualmente retos.
2. Designar por «retas paralelas» retas em determinado plano que não se intersetam e como «retas concorrentes» duas retas que se intersetam exatamente num ponto.
3. Saber que retas com dois pontos em comum são coincidentes.
4. Efetuar representações de retas paralelas e concorrentes, e identificar retas não paralelas que não se intersetam.
5. Identificar os retângulos como os quadriláteros cujos ângulos são retos.
6. Designar por «polígono regular» um polígono de lados e ângulos iguais.



7. Saber que dois polígonos são geometricamente iguais quando tiverem os lados e os ângulos correspondentes geometricamente iguais.



8. Identificar os paralelepípedos retângulos como os poliedros de seis faces retangulares e designar por «dimensões» os comprimentos de três arestas concorrentes num vértice.
9. Designar por «planos paralelos» dois planos que não se intersetam.
10. Identificar «prismas triangulares retos» como poliedros com cinco faces, das quais duas são triangulares e as restantes três retangulares, sabendo que as faces triangulares são paralelas.

11. Decompor o cubo e o paralelepípedo retângulo em dois prismas triangulares retos.
12. Identificar «prismas retos» como poliedros com duas faces geometricamente iguais situadas respetivamente em dois planos paralelos e as restantes retangulares e reconhecer os cubos e os demais paralelepípedos retângulos como prismas retos.
13. Relacionar cubos, paralelepípedos retângulos e prismas retos com as respetivas planificações.
14. Reconhecer pavimentações do plano por triângulos, retângulos e hexágonos, identificar as que utilizam apenas polígonos regulares e reconhecer que o plano pode ser pavimentado de outros modos.
15. Construir pavimentações triangulares a partir de pavimentações hexagonais (e vice-versa) e pavimentações triangulares a partir de pavimentações retangulares.

Medida

4. Medir comprimentos e áreas

1. Reconhecer que a área de um quadrado com um decímetro de lado (decímetro quadrado) é igual à centésima parte do metro quadrado e relacionar as diferentes unidades de área do sistema métrico.
2. Reconhecer as correspondências entre as unidades de medida de área do sistema métrico e as unidades de medida agrárias.
3. Medir áreas utilizando as unidades do sistema métrico e efetuar conversões.
4. Calcular numa dada unidade do sistema métrico a área de um retângulo cuja medida dos lados possa ser expressa, numa subunidade, por números naturais.

5. Medir volumes e capacidades

1. Fixar uma unidade de comprimento e identificar o volume de um cubo de aresta um como «uma unidade cúbica».
2. Medir o volume de figuras decomponíveis em unidades cúbicas.
3. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida, em unidades cúbicas, do volume de um paralelepípedo retângulo de arestas de medida inteira é dada pelo produto das medidas das três dimensões.
4. Reconhecer o metro cúbico como o volume de um cubo com um metro de aresta.
5. Reconhecer que o volume de um cubo com um decímetro de aresta (decímetro cúbico) é igual à milésima parte do metro cúbico e relacionar as diferentes unidades de medida de volume do sistema métrico.
6. Reconhecer a correspondência entre o decímetro cúbico e o litro e relacionar as unidades de medida de capacidade com as unidades de medida de volume.

6. Resolver problemas

1. Resolver problemas de vários passos relacionando medidas de diferentes grandezas.

Tratamento de dados

1. *Utilizar frequências relativas e percentagens*
    1. Identificar a «frequência relativa» de uma categoria/classe de determinado conjunto de dados como o quociente entre a frequência absoluta dessa categoria/classe e o número total de dados.
    2. Exprimir qualquer fração própria em percentagem arredondada às décimas.

2. *Resolver problemas*
    1. Resolver problemas envolvendo o cálculo e a comparação de frequências relativas.

2.º ciclo

Leitura das Metas Curriculares do 2.º ciclo

«**Identificar**», «**designar**»: o aluno deve utilizar corretamente a designação referida, sabendo definir o conceito apresentado como se indica ou de maneira equivalente, ainda que informal.

«Estender»: O aluno deve saber definir o conceito como se indica ou de forma equivalente, ainda que informal, reconhecendo que se trata de uma generalização.

«**Reconhecer**»: O aluno deve conhecer o resultado e saber justificá-lo, eventualmente de modo informal ou recorrendo a casos particulares. No caso das propriedades mais complexas, os alunos devem apenas saber justificar isoladamente os diversos passos utilizados pelo professor para as deduzir, bem como saber ilustrá-las utilizando exemplos concretos. No caso das propriedades mais simples, os alunos poderão ser chamados a apresentar de forma autónoma uma justificação geral um pouco mais precisa.

«**Saber**»: Pretende-se que o aluno conheça o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.

5.º ANO

Números e Operações NO5

Números racionais não negativos

1. Efetuar operações com números racionais não negativos

1. Simplificar frações dividindo ambos os termos por um divisor comum superior à unidade.
2. Reconhecer, dadas duas frações, que multiplicando ambos os termos de cada uma pelo denominador da outra obtêm-se duas frações com o mesmo denominador que lhes são respetivamente equivalentes.
3. Ordenar duas quaisquer frações.
4. Reconhecer que $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d+c\times b}{b\times d}$ (sendo a, b, c e d números naturais).
5. Reconhecer que $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\times d-c\times b}{b\times d}$ (sendo a, b, c e d números naturais, $\frac{a}{b}\geq\frac{c}{d}$).
6. Identificar o produto de um número racional positivo q por $\frac{c}{d}$ (sendo c e d números naturais) como o produto por c do produto de q por $\frac{1}{d}$, representá-lo por $q\times\frac{c}{d}$ e $\frac{c}{d}\times q$ e reconhecer que $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ (sendo a e b números naturais).
7. Reconhecer que $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ (sendo a, b, c e d números naturais).
8. Designar por «fração irredutível» uma fração com menores termos do que qualquer outra que lhe seja equivalente.
9. Representar números racionais não negativos como numerais mistos.
10. Adicionar e subtrair dois números racionais não negativos expressos como numerais mistos, começando respetivamente por adicionar ou subtrair as partes inteiras e as frações próprias associadas, com eventual transporte de uma unidade.
11. Determinar aproximações de números racionais positivos por excesso ou por defeito, ou por arredondamento, com uma dada precisão.

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas de vários passos envolvendo operações com números racionais representados por frações, dízimas, percentagens e numerais mistos.

Números naturais

3. Conhecer e aplicar propriedades dos divisores

1. Saber os critérios de divisibilidade por 3, por 4 e por 9.
2. Identificar o máximo divisor comum de dois números naturais por inspeção dos divisores de cada um deles.
3. Reconhecer que num produto de números naturais, um divisor de um dos fatores é divisor do produto.
4. Reconhecer que se um dado número natural divide outros dois, divide também as respetivas soma e diferença.
5. Reconhecer, dada uma divisão inteira ($D=d\times q+r$), que se um número divide o divisor (d) e o resto (r) então divide o dividendo (D).

6. Reconhecer, dada uma divisão inteira ($D = d \times q + r$), que se um número divide o dividendo (D) e o divisor (d) então divide o resto ($r = D - d \times q$).
7. Utilizar o algoritmo de Euclides para determinar os divisores comuns de dois números naturais e, em particular, identificar o respetivo máximo divisor comum.
8. Designar por «primos entre si» dois números cujo máximo divisor comum é 1.
9. Reconhecer que dividindo dois números pelo máximo divisor comum se obtêm dois números primos entre si.
10. Saber que uma fração é irredutível se o numerador e o denominador são primos entre si.
11. Identificar o mínimo múltiplo comum de dois números naturais por inspeção dos múltiplos de cada um deles.
12. Saber que o produto de dois números naturais é igual ao produto do máximo divisor comum pelo mínimo múltiplo comum e utilizar esta relação para determinar o segundo quando é conhecido o primeiro, ou vice-versa.

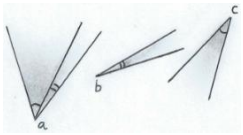
4. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo o cálculo do máximo divisor comum e do mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais.

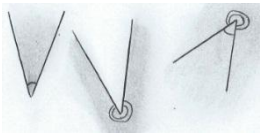
Propriedades geométricas

1. *Reconhecer propriedades envolvendo ângulos, paralelismo e perpendicularidade*

   1. Identificar um ângulo não giro a como soma de dois ângulos b e c se a for igual à união de dois ângulos adjacentes b' e c' respetivamente iguais a b e a c.

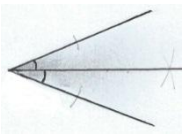


   2. Identificar um ângulo giro como igual à soma de outros dois se estes forem iguais respetivamente a dois ângulos não coincidentes com os mesmos lados.

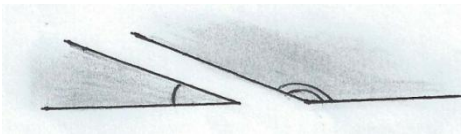


   3. Construir um ângulo igual à soma de outros dois utilizando régua e compasso.

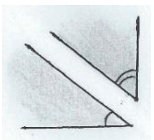
   4. Designar por «bissetriz» de um dado ângulo a semirreta nele contida, de origem no vértice e que forma com cada um dos lados ângulos iguais, e construi-la utilizando régua e compasso.



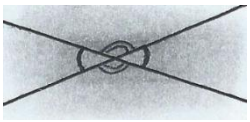
   5. Identificar dois ângulos como «suplementares» quando a respetiva soma for igual a um ângulo raso.



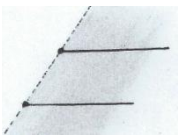
   6. Identificar dois ângulos como «complementares» quando a respetiva soma for igual a um ângulo reto**.**



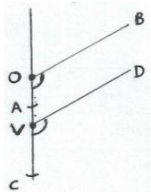
   7. Reconhecer que ângulos verticalmente opostos são iguais.



   8. Identificar duas semirretas com a mesma reta suporte como tendo «o mesmo sentido» se uma contém a outra.
   9. Identificar duas semirretas com retas suporte distintas como tendo «o mesmo sentido» se forem paralelas e estiverem contidas num mesmo semiplano determinado pelas respetivas origens.

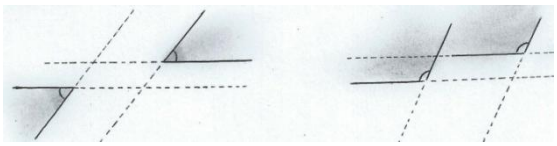


   10. Utilizar corretamente as expressões «semirretas diretamente paralelas» e «semirretas inversamente paralelas».
   11. Identificar, dadas duas semirretas $\dot{O}A$ e $\dot{V}C$ contidas na mesma reta e com o mesmo sentido e dois pontos B e D pertencentes a um mesmo semiplano definido pela reta OV, os ângulos AOB e CVD como «correspondentes» e saber que são iguais quando (e apenas quando) as retas OB e VD são paralelas.

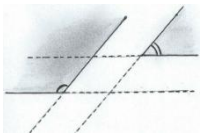


   12. Construir segmentos de reta paralelos recorrendo a régua e esquadro e utilizando qualquer par de lados do esquadro.

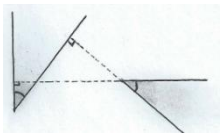
13. Identificar, dadas duas retas r e s intersetadas por uma secante, «ângulos internos» e «ângulos externos» e pares de ângulos «alternos internos» e «alternos externos» e reconhecer que os ângulos de cada um destes pares são iguais quando (e apenas quando) r e s são paralelas.
14. Reconhecer que são iguais dois ângulos convexos complanares de lados dois a dois diretamente paralelos ou de lados dois a dois inversamente paralelos.



15. Reconhecer que são suplementares dois ângulos convexos complanares que tenham dois dos lados diretamente paralelos e os outros dois inversamente paralelos.

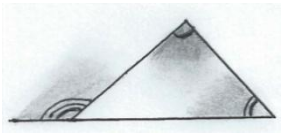


16. Saber que dois ângulos convexos complanares de lados perpendiculares dois a dois são iguais se forem «da mesma espécie» (ambos agudos ou ambos obtusos) e são suplementares se forem «de espécies diferentes».

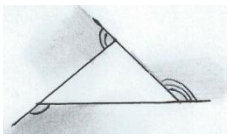


2. Reconhecer propriedades de triângulos e paralelogramos

1. Utilizar corretamente os termos «ângulo interno», «ângulo externo» e «ângulos adjacentes a um lado» de um polígono.
2. Reconhecer que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso.
3. Reconhecer que num triângulo retângulo ou obtusângulo dois dos ângulos internos são agudos.
4. Designar por «hipotenusa» de um triângulo retângulo o lado oposto ao ângulo reto e por «catetos» os lados a ele adjacentes.
5. Reconhecer que um ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes.

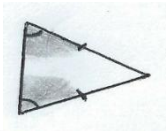


6. Reconhecer que num triângulo a soma de três ângulos externos com vértices distintos é igual a um ângulo giro.

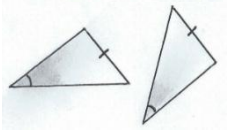


7. Identificar paralelogramos como quadriláteros de lados paralelos dois a dois e reconhecer que dois ângulos opostos são iguais e dois ângulos adjacentes ao mesmo lado são suplementares.
8. Utilizar corretamente os termos «triângulo retângulo», «triângulo acutângulo» e «triângulo obtusângulo».
9. Construir triângulos dados os comprimentos dos lados, reconhecer que as diversas construções possíveis conduzem a triângulos iguais e utilizar corretamente, neste contexto, a expressão «critério LLL de igualdade de triângulos».
10. Construir triângulos dados os comprimentos de dois lados e a amplitude do ângulo por eles formado e reconhecer que as diversas construções possíveis conduzem a triângulos iguais e utilizar corretamente, neste contexto, a expressão «critério LAL de igualdade de triângulos».
11. Construir triângulos dado o comprimento de um lado e as amplitudes dos ângulos adjacentes a esse lado e reconhecer que as diversas construções possíveis conduzem a triângulos iguais e utilizar corretamente, neste contexto, a expressão «critério ALA de igualdade de triângulos».

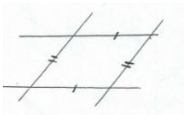
12. Reconhecer que num triângulo a lados iguais opõem-se ângulos iguais e reciprocamente.



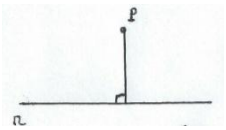
13. Reconhecer que em triângulos iguais a lados iguais opõem-se ângulos iguais e reciprocamente.



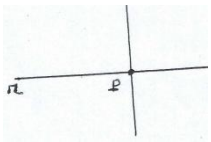
14. Classificar os triângulos quanto aos lados utilizando as amplitudes dos respetivos ângulos internos.
15. Saber que num triângulo ao maior lado opõe-se o maior ângulo e ao menor lado opõe-se o menor ângulo, e vice-versa.
16. Reconhecer que num paralelogramo lados opostos são iguais.



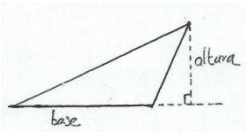
17. Saber que num triângulo a medida do comprimento de qualquer lado é menor do que a soma das medidas dos comprimentos dos outros dois e maior do que a respetiva diferença e designar a primeira destas propriedades por «desigualdade triangular».
18. Saber, dada uma reta r e um ponto P não pertencente a r, que existe uma reta perpendicular a r passando por P, reconhecer que é única e construir a interseção desta reta com r (ponto designado por «pé da perpendicular») utilizando régua e esquadro.



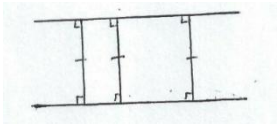
19. Saber, dada uma reta r e um ponto P a ela pertencente, que existe em cada plano contendo r, uma reta perpendicular a r passando por P, reconhecer que é única e construí-la utilizando régua e esquadro, designando o ponto P por «pé da perpendicular».



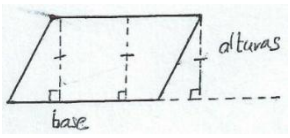
20. Identificar a distância de um ponto P a uma reta r como a distância de P ao pé da perpendicular traçada de P para r e reconhecer que é inferior à distância de P a qualquer outro ponto de r.
21. Identificar, dado um triângulo e um dos respetivos lados, a «altura» do triângulo relativamente a esse lado (designado por «base»), como o segmento de reta unindo o vértice oposto à base com o pé da perpendicular traçada desse vértice para a reta que contém a base.



22. Reconhecer que são iguais os segmentos de reta que unem duas retas paralelas e lhes são perpendiculares e designar o comprimento desses segmentos por «distância entre as retas paralelas».



23. Identificar, dado um paralelogramo, uma «altura» relativamente a um lado (designado por «base») como um segmento de reta que une um ponto do lado oposto à reta que contém a base e lhe é perpendicular.
24. Utilizar raciocínio dedutivo para reconhecer propriedades geométricas.



3. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo as noções de paralelismo, perpendicularidade, ângulos e triângulos.

Medida

4. Medir áreas de figuras planas

1. Construir, fixada uma unidade de comprimento e dados dois números naturais a e b, um quadrado unitário decomposto em $a \times b$ retângulos de lados consecutivos de medidas $\frac{1}{a}$ e $\frac{1}{b}$ e reconhecer que a área de cada um é igual a $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b}$ unidades quadradas.

2. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento e dados dois números racionais positivos q e r, que a área de um retângulo de lados consecutivos de medida q e r é igual a $q \times r$ unidades quadradas.
3. Exprimir em linguagem simbólica a regra para o cálculo da medida da área de um retângulo em unidades quadradas, dadas as medidas de comprimento de dois lados consecutivos em determinada unidade, no caso em que são ambas racionais.
4. Exprimir em linguagem simbólica a regra para o cálculo da medida da área de um quadrado em unidades quadradas, dada a medida de comprimento c dos respetivos lados em determinada unidade (supondo c racional), designando essa medida por «c ao quadrado» e representando-a por «c^2».
5. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento e dado um paralelogramo com uma base e uma altura a ela relativa com comprimentos de medidas respetivamente iguais a b e a a (sendo b e a números racionais positivos), que a medida da área do paralelogramo em unidades quadradas é igual a $b \times a$, verificando que o paralelogramo é equivalente a um retângulo com essa área.
6. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento e dado um triângulo com uma base e uma altura a ela relativa com comprimentos de medidas respetivamente iguais a b e a (sendo b e a números racionais positivos), que a medida da área do triângulo em unidades quadradas é igual a metade de $b \times a$, verificando que se pode construir um paralelogramo decomponível em dois triângulos iguais ao triângulo dado, com a mesma base que este.
7. Exprimir em linguagem simbólica as regras para o cálculo das medidas das áreas de paralelogramos e triângulos em unidades quadradas, dadas as medidas de comprimento de uma base e correspondente altura em determinada unidade, no caso em que são ambas racionais.

5. *Resolver problemas*

1. Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas de figuras planas.

6. *Medir amplitudes de ângulos*

1. Identificar, fixado um ângulo (não nulo) como unidade, a medida da amplitude de um dado ângulo como $\frac{1}{b}$ (sendo b número natural) quando o ângulo unidade for igual à soma de b ângulos iguais àquele.
2. Identificar, fixado um ângulo (não nulo) como unidade, a medida da amplitude de um dado ângulo θ como $\frac{a}{b}$ (sendo a e b números naturais) quando for igual à soma de a ângulos de amplitude $\frac{1}{b}$ unidades e representar a amplitude de θ por « $\hat{\theta}$».
3. Identificar o «grau» como a unidade de medida de amplitude de ângulo tal que o ângulo giro tem amplitude igual a 360 graus e utilizar corretamente o símbolo «°».
4. Saber que um grau se divide em 60 minutos (de grau) e um minuto em 60 segundos (de grau) e utilizar corretamente os símbolos «’» e «”».
5. Utilizar o transferidor para medir amplitudes de ângulos e construir ângulos de determinada amplitude expressa em graus.

7. *Resolver problemas*

1. Resolver problemas envolvendo adições, subtrações e conversões de medidas de amplitude expressas em forma complexa e incomplexa.

Expressões algébricas

1. *Conhecer e aplicar as propriedades das operações*

    1. Conhecer as prioridades convencionadas das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão e utilizar corretamente os parênteses.
    2. Reconhecer as propriedades associativa e comutativa da adição e da multiplicação e as propriedades distributivas da multiplicação relativamente à adição e à subtração e representá-las algebricamente.
    3. Identificar o 0 e o 1 como os elementos neutros respetivamente da adição e da multiplicação de números racionais não negativos e o 0 como elemento absorvente da multiplicação.
    4. Utilizar o traço de fração para representar o quociente de dois números racionais e designá-lo por «razão» dos dois números.
    5. Identificar dois números racionais positivos como «inversos» um do outro quando o respetivo produto for igual a 1 e reconhecer que o inverso de um dado número racional positivo q é igual a $\frac{1}{q}$.
    6. Reconhecer que o inverso de $\frac{a}{b}$ é $\frac{b}{a}$ (sendo a e b números naturais) e reconhecer que dividir por um número racional positivo é o mesmo do que multiplicar pelo respetivo inverso.
    7. Reconhecer que o inverso do produto (respetivamente quociente) de dois números racionais positivos é igual ao produto (respetivamente quociente) dos inversos.
    8. Reconhecer, dados números racionais positivos q, r, s e t, que $\frac{q}{r} \times \frac{s}{t} = \frac{q \times s}{r \times t}$ e concluir que o inverso de $\frac{q}{r}$ é igual a $\frac{r}{q}$.
    9. Reconhecer, dados números racionais positivos q, r, s e t, que $\frac{\frac{q}{r}}{\frac{s}{t}} = \frac{q \times t}{r \times s}$.
    10. Simplificar e calcular o valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas e a utilização de parênteses.
    11. Traduzir em linguagem simbólica enunciados matemáticos expressos em linguagem natural e vice-versa, sabendo que o sinal de multiplicação pode ser omitido entre números e letras e entre letras, e que pode também utilizar-se, em todos os casos, um ponto no lugar deste sinal.

Gráficos cartesianos

1. Construir gráficos cartesianos

1. Identificar um «referencial cartesiano» como um par de retas numéricas não coincidentes que se intersetam nas respetivas origens, das quais uma é fixada como «eixo das abcissas» e a outra como «eixo das ordenadas» (os «eixos coordenados»), designar o referencial cartesiano como «ortogonal» quando os eixos são perpendiculares e por «monométrico» quando a unidade de comprimento é a mesma para ambos os eixos.
2. Identificar, dado um plano munido de um referencial cartesiano, a «abcissa» (respetivamente «ordenada») de um ponto P do plano como o número representado pela interseção com o eixo das abcissas (respetivamente ordenadas) da reta paralela ao eixo das ordenadas (respetivamente abcissas) que passa por P e designar a abcissa e a ordenada por «coordenadas» de P.
3. Construir, num plano munido de um referencial cartesiano ortogonal, o «gráfico cartesiano» referente a dois conjuntos de números tais que a todo o elemento do primeiro está associado um único elemento do segundo, representando nesse plano os pontos cujas abcissas são iguais aos valores do primeiro conjunto e as ordenadas respetivamente iguais aos valores associados às abcissas no segundo conjunto.

Representação e tratamento de dados

2. Organizar e representar dados

1. Construir tabelas de frequências absolutas e relativas reconhecendo que a soma das frequências absolutas é igual ao número de dados e a soma das frequências relativas é igual a 1.
2. Representar um conjunto de dados em gráfico de barras.
3. Identificar um «gráfico de linha» como o que resulta de se unirem, por segmentos de reta, os pontos de abcissas consecutivas de um gráfico cartesiano constituído por um número finito de pontos, em que o eixo das abcissas representa o tempo.

3. Tratar conjuntos de dados

1. Identificar a «média» de um conjunto de dados numéricos como o quociente entre a soma dos respetivos valores e o número de dados, e representá-la por «$\bar{x}$».

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a média e a moda de um conjunto de dados, interpretando o respetivo significado no contexto de cada situação.
2. Resolver problemas envolvendo a análise de dados representados em tabelas de frequência, diagramas de caule-e-folhas, gráficos de barras e de linhas.

6.º ANO

Números e Operações NO6

Números naturais

1. Conhecer e aplicar propriedades dos números primos

1. Identificar um número primo como um número natural superior a 1 que tem exatamente dois divisores: 1 e ele próprio.
2. Utilizar o crivo de Eratóstenes para determinar os números primos inferiores a um dado número natural.
3. Saber, dado um número natural superior a 1, que existe uma única sequência crescente em sentido lato de números primos cujo produto é igual a esse número, designar esta propriedade por «teorema fundamental da aritmética» e decompor números naturais em produto de fatores primos.
4. Utilizar a decomposição em fatores primos para simplificar frações, determinar os divisores de um número natural e o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de dois números naturais.

Números racionais

2. Representar e comparar números positivos e negativos

1. Reconhecer, dado um número racional positivo a, que existem na reta numérica exatamente dois pontos cuja distância à origem é igual a a unidades: um pertencente à semirreta dos racionais positivos (o ponto que representa a) e o outro à semirreta oposta, e associar ao segundo o número designado por «número racional negativo – a».
2. Identificar, dado um número racional positivo a, os números a e $-a$ como «simétricos» um do outro e 0 como simétrico de si próprio.
3. Identificar, dado um número racional positivo a, «$+a$» como o próprio número a e utilizar corretamente os termos «sinal de um número», «sinal positivo» e «sinal negativo».
4. Identificar grandezas utilizadas no dia a dia cuja medida se exprime em números positivos e negativos, conhecendo o significado do zero em cada um dos contextos.
5. Identificar a «semirreta de sentido positivo» associada a um dado ponto da reta numérica como a semirreta de origem nesse ponto com o mesmo sentido da semirreta dos números positivos.
6. Identificar um número racional como maior do que outro se o ponto a ele associado pertencer à semirreta de sentido positivo associada ao segundo.
7. Reconhecer que 0 é maior do que qualquer número negativo e menor do que qualquer número positivo.
8. Identificar o «valor absoluto» (ou «módulo») de um número a como a medida da distância à origem do ponto que o representa na reta numérica e utilizar corretamente a expressão «$|a|$».
9. Reconhecer, dados dois números positivos, que é maior o de maior valor absoluto e, dados dois números negativos, que é maior o de menor valor absoluto.
10. Reconhecer que dois números racionais não nulos são simétricos quando tiverem o mesmo valor absoluto e sinais contrários.

11. Identificar o conjunto dos «números inteiros relativos» (ou simplesmente «números inteiros») como o conjunto formado pelo 0, os números naturais e os respetivos simétricos, representá-lo por $\mathbb{Z}$ e o conjunto dos números naturais por $\mathbb{N}$.
12. Identificar o conjunto dos «números racionais» como o conjunto formado pelo 0, os números racionais positivos e os respetivos simétricos e representá-lo por $\mathbb{Q}$.

3. Adicionar números racionais

1. Identificar um segmento orientado como um segmento de reta no qual se escolhe uma origem de entre os dois extremos e representar por $[A, B]$ o segmento orientado $[AB]$ de origem A, designando o ponto B por extremidade deste segmento orientado.
2. Referir, dados dois números racionais a e b representados respetivamente pelos pontos A e B da reta numérica, o segmento orientado $[A, B]$ como «orientado positivamente» quando a é menor do que b e como «orientado negativamente» quando a é maior do que b.
3. Identificar, dados dois números racionais a e b representados respetivamente pelos pontos A e B da reta numérica, a soma $a + b$ como a abcissa da outra extremidade do segmento orientado de origem A e de comprimento e orientação de $[O, B]$ ou pelo ponto A se b for nulo, reconhecendo que assim se estende a todos os números racionais a definição de adição de números racionais não negativos.
4. Reconhecer, dados números racionais com o mesmo sinal, que a respetiva soma é igual ao número racional com o mesmo sinal e de valor absoluto igual à soma dos valores absolutos das parcelas.
5. Reconhecer, dados dois números racionais de sinal contrário não simétricos, que a respetiva soma é igual ao número racional de sinal igual ao da parcela com maior valor absoluto e de valor absoluto igual à diferença entre o maior e o menor dos valores absolutos das parcelas.
6. Reconhecer que a soma de qualquer número com 0 é o próprio número e que a soma de dois números simétricos é nula.

4. Subtrair números racionais

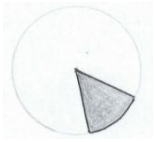
1. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação da diferença $a - b$ entre dois números a e b como o número cuja soma com b é igual a a.
2. Reconhecer, dados dois números racionais a e b, que $a - b$ é igual à soma de a com o simétrico de b e designar, de forma genérica, a soma e a diferença de dois números racionais por «soma algébrica».
3. Reconhecer, dado um número racional q, que $0 - q$ é igual ao simétrico de q e representá-lo por «$-q$».
4. Reconhecer, dado um número racional q, que $-(-q) = q$.
5. Reconhecer que o módulo de um número racional q é igual a q se q for positivo e a $-q$ se q for negativo.
6. Reconhecer que a medida da distância entre dois pontos de abcissas a e b é igual a $|b - a|$ e a $|a - b|$.

Figuras geométricas planas

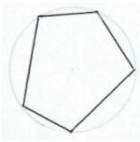
1. Relacionar circunferências com ângulos, retas e polígonos

1. Designar, dada uma circunferência, por «ângulo ao centro» um ângulo de vértice no centro.

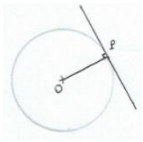
2. Designar, dada uma circunferência, por «setor circular» a interseção de um ângulo ao centro com o círculo.



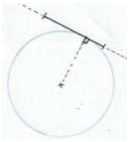
3. Identificar um polígono como «inscrito» numa dada circunferência quando os respetivos vértices são pontos da circunferência.



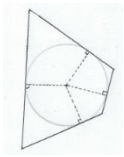
4. Reconhecer que uma reta que passa por um ponto P de uma circunferência de centro O e é perpendicular ao raio $[OP]$ interseta a circunferência apenas em P e designá-la por «reta tangente à circunferência».



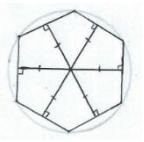
5. Identificar um segmento de reta como tangente a uma dada circunferência se a intersetar e a respetiva reta suporte for tangente à circunferência.



6. Identificar um polígono como «circunscrito» a uma dada circunferência quando os respetivos lados forem tangentes à circunferência.



7. Reconhecer, dado um polígono regular inscrito numa circunferência, que os segmentos que unem o centro da circunferência aos pés das perpendiculares tiradas do centro para os lados do polígono são todos iguais e designá-los por «apótemas».



Sólidos geométricos

2. Identificar sólidos geométricos

1. Identificar «prisma» como um poliedro com duas faces geometricamente iguais («bases do prisma») situadas respetivamente em dois planos paralelos de modo que as restantes sejam paralelogramos, designar os prismas que não são retos por «prismas oblíquos», os prismas retos de bases regulares por «prismas regulares», e utilizar corretamente a expressão «faces laterais do prisma».
2. Identificar «pirâmide» como um poliedro determinado por um polígono («base da pirâmide») que constitui uma das suas faces e um ponto («vértice da pirâmide»), exterior ao plano que contém a base de tal modo que as restantes faces são os triângulos determinados pelo vértice da pirâmide e pelos lados da base e utilizar corretamente a expressão «faces laterais da pirâmide».

3. Designar por «pirâmide regular» uma pirâmide cuja base é um polígono regular e as arestas laterais são iguais.
4. Identificar, dados dois círculos com o mesmo raio, C_1 (de centro O_1) e C_2 (de centro O_2), situados respetivamente em planos paralelos, o «cilindro» de «bases» C_1 e C_2 como o sólido delimitado pelas bases e pela superfície formada pelos segmentos de reta que unem as circunferências dos dois círculos e são paralelos ao segmento de reta $[O_1O_2]$ designado por «eixo do cilindro» e utilizar corretamente as expressões «geratrizes do cilindro» e «superfície lateral do cilindro».
5. Designar por cilindro reto um cilindro cujo eixo é perpendicular aos raios de qualquer das bases.
6. Identificar, dado um círculo C e um ponto P exterior ao plano que o contém, o «cone» de «base» C e «vértice» P como o sólido delimitado por C e pela superfície formada pelos segmentos de reta que unem P aos pontos da circunferência do círculo C e utilizar corretamente as expressões «geratrizes do cone», «eixo do cone» e «superfície lateral do cone».
7. Designar por cone reto um cone cujo eixo é perpendicular aos raios da base.

3. Reconhecer propriedades dos sólidos geométricos

1. Reconhecer que o número de arestas de um prisma é o triplo do número de arestas da base e que o número de arestas de uma pirâmide é o dobro do número de arestas da base.
2. Reconhecer que o número de vértices de um prisma é o dobro do número de vértices da base e que o número de vértices de uma pirâmide é igual ao número de vértices da base adicionado de uma unidade.
3. Designar um poliedro por «convexo» quando qualquer segmento de reta que une dois pontos do poliedro está nele contido.
4. Reconhecer que a relação de Euler vale em qualquer prisma e qualquer pirâmide e verificar a sua validade em outros poliedros convexos.
5. Identificar sólidos através de representações em perspetiva num plano.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo sólidos geométricos e as respetivas planificações.

Medida

5. Medir o perímetro e a área de polígonos regulares e de círculos

1. Saber que o perímetro e a área de um dado círculo podem ser aproximados respetivamente pelos perímetros e áreas de polígonos regulares nele inscritos e a eles circunscritos.
2. Saber que os perímetros e os diâmetros dos círculos são grandezas diretamente proporcionais, realizando experiências que o sugiram, e designar por π a respetiva constante de proporcionalidade, sabendo que o valor de π arredondado às décimas milésimas é igual a $3{,}1416$.
3. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que o perímetro de um círculo é igual ao produto de π pelo diâmetro e ao produto do dobro de π pelo raio e exprimir simbolicamente estas relações.
4. Decompor um polígono regular inscrito numa circunferência em triângulos isósceles com vértice no centro, formar um paralelogramo com esses triângulos, acrescentando um triângulo igual no caso em que são em número ímpar, e utilizar esta construção para reconhecer que a medida da área do polígono, em unidades quadradas, é igual ao produto do semiperímetro pela medida do comprimento do apótema.

5. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a área de um círculo é igual (em unidades quadradas) ao produto de π pelo quadrado do raio, aproximando o círculo por polígonos regulares inscritos e o raio pelos respetivos apótemas.

6. *Resolver problemas*

1. Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas de polígonos e de círculos.

7. *Medir volumes de sólidos*

1. Considerar, fixada uma unidade de comprimento e dados três números naturais a, b e c, um cubo unitário decomposto em $a \times b \times c$ paralelepípedos retângulos com dimensões de medidas $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ e $\frac{1}{c}$ e reconhecer que o volume de cada um é igual a $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{c}$ unidades cúbicas.
2. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento e dados três números racionais positivos q, r e s que o volume de um paralelepípedo retângulo com dimensões de medidas q , r e s é igual a $q \times r \times s$ unidades cúbicas.
3. Reconhecer que o volume de um prisma triangular reto é igual a metade do volume de um paralelepípedo retângulo com a mesma altura e de base equivalente a um paralelogramo decomponível em dois triângulos iguais às bases do prisma.
4. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma triangular reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura.
5. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um prisma reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura, considerando uma decomposição em prismas triangulares.
6. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida do volume de um cilindro reto (em unidades cúbicas) é igual ao produto da medida da área da base (em unidades quadradas) pela medida da altura, aproximando-o por prismas regulares.

8. *Resolver problemas*

1. Resolver problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos.

Isometrias do plano

9. *Construir e reconhecer propriedades de isometrias do plano*

1. Designar, dados dois pontos O e M, o ponto M' por «imagem do ponto M pela reflexão central de centro O» quando O for o ponto médio do segmento $[MM']$ e identificar a imagem de O pela reflexão central de centro O como o próprio ponto O.
2. Reconhecer, dado um ponto O e as imagens A' e B' de dois pontos A e B pela reflexão central de centro O, que são iguais os comprimentos dos segmentos $[AB]$ e $[A'B']$ e designar, neste contexto, a reflexão central como uma «isometria».
3. Reconhecer, dado um ponto O e as imagens A', B' e C' de três pontos A, B e C pela reflexão central de centro O, que são iguais os ângulos ABC e $A'B'C'$.
4. Designar por «mediatriz» de um dado segmento de reta num dado plano a reta perpendicular a esse segmento no ponto médio.

5. Reconhecer que os pontos da mediatriz de um segmento de reta são equidistantes das respetivas extremidades.
6. Saber que um ponto equidistante das extremidades de um segmento de reta pertence à respetiva mediatriz.
7. Construir a mediatriz (e o ponto médio) de um segmento utilizando régua e compasso.
8. Identificar, dada uma reta r e um ponto M não pertencente a r, a «imagem de M pela reflexão axial de eixo r» como o ponto M' tal que r é mediatriz do segmento $[MM']$ e identificar a imagem de um ponto de r pela reflexão axial de eixo r como o próprio ponto.
9. Designar, quando esta simplificação de linguagem não for ambígua, «reflexão axial» por «reflexão».
10. Saber, dada uma reta r, dois pontos A e B e as respetivas imagens A' e B' pela reflexão de eixo r, que são iguais os comprimentos dos segmentos $[AB]$ e $[A'B']$ e designar, neste contexto, a reflexão como uma «isometria».
11. Reconhecer, dada uma reta r, três pontos A, O e B e as respetivas imagens A', O' e B' pela reflexão de eixo r, que são iguais os ângulos AOB e $A'O'B'$.
12. Identificar uma reta r como «eixo de simetria» de uma dada figura plana quando as imagens dos pontos da figura pela reflexão de eixo r formam a mesma figura.
13. Saber que a reta suporte da bissetriz de um dado ângulo convexo é eixo de simetria do ângulo (e do ângulo concavo associado), reconhecendo que os pontos a igual distância do vértice nos dois lados do ângulo são imagem um do outro pela reflexão de eixo que contém a bissetriz.
14. Designar, dados dois pontos O e M e um ângulo a, um ponto M' por «imagem do ponto M por uma rotação de centro O e ângulo a» quando os segmentos $[OM]$ e $[OM']$ têm o mesmo comprimento e os ângulos a e MOM' a mesma amplitude.
15. Reconhecer, dados dois pontos O e M e um ângulo a (não nulo, não raso e não giro), que existem exatamente duas imagens do ponto M por rotações de centro O e ângulo a e distingui-las experimentalmente por referência ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio, designando uma das rotações por «rotação de sentido positivo» (ou «contrário ao dos ponteiros do relógio») e a outra por «rotação de sentido negativo» (ou «no sentido dos ponteiros do relógio»).
16. Reconhecer, dados dois pontos O e M, que existe uma única imagem do ponto M por rotação de centro O e ângulo raso, que coincide com a imagem de M pela reflexão central de centro O e designá-la por imagem de M por «meia volta em torno de O».
17. Reconhecer que a (única) imagem de um ponto M por uma rotação de ângulo nulo ou giro é o próprio ponto M.
18. Saber, dado um ponto O, um ângulo a e as imagens A' e B' de dois pontos A e B por uma rotação de centro O e ângulo a de determinado sentido, que são iguais os comprimentos dos segmentos $[AB]$ e $[A'B']$ e designar, neste contexto, a rotação como uma «isometria».
19. Reconhecer, dado um ponto O, um ângulo a e as imagens A', B' e C' de três pontos A, B e C por uma rotação de centro O e ângulo a de determinado sentido, que são iguais os ângulos ABC e $A'B'C'$.
20. Identificar uma figura como tendo «simetria de rotação» quando existe uma rotação de ângulo não nulo e não giro tal que as imagens dos pontos da figura por essa rotação formam a mesma figura.
21. Saber que a imagem de um segmento de reta por uma isometria é o segmento de reta cujas extremidades são as imagens das extremidades do segmento de reta inicial.
22. Construir imagens de figuras geométricas planas por reflexão central, reflexão axial e rotação utilizando régua e compasso.
23. Construir imagens de figuras geométricas planas por rotação utilizando régua e transferidor.
24. Identificar simetrias de rotação e de reflexão em figuras dadas.

10. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo as propriedades das isometrias utilizando raciocínio dedutivo.
2. Resolver problemas envolvendo figuras com simetrias de rotação e de reflexão axial.

Potências de expoente natural

1. Efetuar operações com potências

1. Identificar a^n (sendo n número natural maior do que 1 e a número racional não negativo) como o produto de n fatores iguais a a e utilizar corretamente os termos «potência», «base» e «expoente».
2. Identificar a^1 (sendo a número racional não negativo) como o próprio número a.
3. Reconhecer que o produto de duas potências com a mesma base é igual a uma potência com a mesma base e cujo expoente é igual à soma dos expoentes dos fatores.
4. Representar uma potência de base a e expoente n elevada a um expoente m por $(a^n)^m$ e reconhecer que é igual a uma potência de base a e expoente igual ao produto dos expoentes e utilizar corretamente a expressão «potência de potência».
5. Representar um número racional a elevado a uma potência n^m (sendo n e m números naturais) por a^{n^m} e reconhecer que, em geral, $a^{n^m} \neq (a^n)^m$.
6. Reconhecer que o produto de duas potências com o mesmo expoente é igual a uma potência com o mesmo expoente e cuja base é igual ao produto das bases.
7. Reconhecer que o quociente de duas potências com a mesma base não nula e expoentes diferentes (sendo o expoente do dividendo superior ao do divisor) é igual a uma potência com a mesma base e cujo expoente é a diferença dos expoentes.
8. Reconhecer que o quociente de duas potências com o mesmo expoente (sendo a base do divisor não nula) é igual a uma potência com o mesmo expoente e cuja base é igual ao quociente das bases.
9. Conhecer a prioridade da potenciação relativamente às restantes operações aritméticas e simplificar e calcular o valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas e potências bem como a utilização de parênteses.

2. Resolver problemas

1. Traduzir em linguagem simbólica enunciados expressos em linguagem natural e vice-versa.

Sequências e regularidades

3. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a determinação de termos de uma sequência definida por uma expressão geradora ou dada por uma lei de formação que permita obter cada termo a partir dos anteriores, conhecidos os primeiros termos.
2. Determinar expressões geradoras de sequências definidas por uma lei de formação que na determinação de um dado elemento recorra aos elementos anteriores.
3. Resolver problemas envolvendo a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida e formulá-la em linguagem natural e simbólica.

Proporcionalidade direta

4. Relacionar grandezas diretamente proporcionais

1. Identificar uma grandeza como «diretamente proporcional» a outra quando dela depende de tal forma que, fixadas unidades, ao multiplicar a medida da segunda por um dado número positivo, a medida da primeira fica também multiplicada por esse número.
2. Reconhecer que uma grandeza é diretamente proporcional a outra da qual depende quando, fixadas unidades, o quociente entre a medida da primeira e a medida da segunda é constante e utilizar corretamente o termo «constante de proporcionalidade».
3. Reconhecer que se uma grandeza é diretamente proporcional a outra então a segunda é diretamente proporcional à primeira e as constantes de proporcionalidade são inversas uma da outra.
4. Identificar uma proporção como uma igualdade entre duas razões não nulas e utilizar corretamente os termos «extremos», «meios» e «termos» de uma proporção.
5. Reconhecer que numa proporção o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.
6. Determinar o termo em falta numa dada proporção utilizando a regra de três simples ou outro processo de cálculo.
7. Saber que existe proporcionalidade direta entre distâncias reais e distâncias em mapas e utilizar corretamente o termo «escala».

5. Resolver problemas

1. Identificar pares de grandezas mutuamente dependentes distinguindo aquelas que são diretamente proporcionais.
2. Resolver problemas envolvendo a noção de proporcionalidade direta.

Representação e tratamento de dados

1. *Organizar e representar dados*

    1. Identificar «população estatística» ou simplesmente «população» como um conjunto de elementos, designados por «unidades estatísticas», sobre os quais podem ser feitas observações e recolhidos dados relativos a uma característica comum.
    2. Identificar «variável estatística» como uma característica que admite diferentes valores (um número ou uma modalidade), um por cada unidade estatística.
    3. Designar uma variável estatística por «quantitativa» ou «numérica» quando está associada a uma característica suscetível de ser medida ou contada e por «qualitativa» no caso contrário.
    4. Designar por «amostra» o subconjunto de uma população formado pelos elementos relativamente aos quais são recolhidos dados, designados por «unidades estatísticas», e por «dimensão da amostra» o número de unidades estatísticas pertencentes à amostra.
    5. Representar um conjunto de dados num «gráfico circular» dividindo um círculo em setores circulares sucessivamente adjacentes, associados respetivamente às diferentes categorias/classes de dados, de modo que as amplitudes dos setores sejam diretamente proporcionais às frequências relativas das categorias/classes correspondentes.
    6. Representar um mesmo conjunto de dados utilizando várias representações gráficas, selecionando a mais elucidativa de acordo com a informação que se pretende transmitir.

2. *Resolver problemas*

    1. Resolver problemas envolvendo a análise de dados representados de diferentes formas.
    2. Resolver problemas envolvendo a análise de um conjunto de dados a partir da respetiva média, moda e amplitude.

3.º ciclo

Leitura das Metas Curriculares do 3.º ciclo

«**Identificar**», «**designar**»: O aluno deve utilizar corretamente a designação referida, sabendo definir o conceito apresentado como se indica ou de forma equivalente.

«**Reconhecer**»: Pretende-se que o aluno consiga apresentar uma argumentação coerente ainda que eventualmente mais informal do que a explicação fornecida pelo professor. Deve no entanto saber justificar isoladamente os diversos passos utilizados nessa explicação.

«Reconhecer, dado…,»: Pretende-se que o aluno justifique o enunciado em casos concretos, sem que se exija que o prove com toda a generalidade.

«Saber»: Pretende-se que o aluno conheça o resultado, mas sem que lhe seja exigida qualquer justificação ou verificação concreta.

«Provar», «Demonstrar»: Pretende-se que o aluno apresente uma demonstração matemática tão rigorosa quanto possível.

«Estender»: Este verbo é utilizado em duas situações distintas. Em alguns casos, para estender a um conjunto mais vasto uma definição já conhecida; nesse caso o aluno deve saber definir o conceito como se indica, ou de forma equivalente, reconhecendo que se trata de uma generalização. Noutros casos, trata-se da extensão de uma propriedade a um universo mais alargado; do ponto de vista do desempenho do aluno pode entender-se como o verbo «reconhecer» com um dos dois significados acima descritos.

«Justificar»: O aluno deve saber justificar de forma simples o enunciado, evocando uma propriedade já conhecida.

7.º ANO

Números e Operações NO7

Números racionais

1. Multiplicar e dividir números racionais relativos

1. Provar, a partir da caraterização algébrica (a soma dos simétricos é nula), que o simétrico da soma de dois números racionais é igual à soma dos simétricos e que o simétrico da diferença é igual à soma do simétrico do aditivo com o subtrativo: $-(q+r) = (-q) + (-r)$ e $-(q-r) = (-q) + r$.
2. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de um número natural n por um número q como a soma de n parcelas iguais a q, representá-lo por $n \times q$ e por $q \times n$, e reconhecer que $n \times (-q) = (-q) \times n = -(n \times q)$.
3. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do quociente entre um número q e um número natural n como o número racional cujo produto por n é igual a q e representá-lo por $q:n$ e por $\frac{q}{n}$ e reconhecer que $\frac{(-q)}{n} = -\frac{q}{n}$.
4. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de um número q por $r = \frac{a}{b}$ (onde a e b são números naturais) como o quociente por b do produto de q por a, representá-lo por $q \times r$ e $r \times q$ e reconhecer que $(-q) \times r = r \times (-q) = -(q \times r)$.
5. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de -1 por um número q como o respetivo simétrico e representá-lo por $(-1) \times q$ e por $q \times (-1)$.
6. Identificar, dados dois números racionais positivos q e r, o produto $(-q) \times (-r)$ como $q \times r$, começando por observar que $(-q) \times (-r) = (q \times (-1)) \times (-r)$.
7. Saber que o produto de dois quaisquer números racionais é o número racional cujo valor absoluto é igual ao produto dos valores absolutos dos fatores, sendo o sinal positivo se os fatores tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos.
8. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do quociente entre um número q (o dividendo) e um número não nulo r (o divisor) como o número racional cujo produto pelo divisor é igual ao dividendo e reconhecer que $\frac{-q}{r} = \frac{q}{-r} = -\frac{q}{r}$.
9. Saber que o quociente entre um número racional e um número racional não nulo é o número racional cujo valor absoluto é igual ao quociente dos valores absolutos, sendo o sinal positivo se estes números tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos.

Alfabeto grego

1. *Conhecer o alfabeto grego*

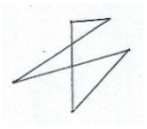
    1. Saber nomear e representar as letras gregas minúsculas $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \pi, \rho$ e σ.

Figuras Geométricas

2. *Classificar e construir quadriláteros*

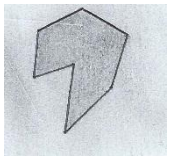
    1. Identificar uma «linha poligonal» como uma sequência de segmentos de reta num dado plano, designados por «lados», tal que pares de lados consecutivos partilham um extremo, lados que se intersetam não são colineares e não há mais do que dois lados partilhando um extremo, designar por «vértices» os extremos comuns a dois lados e utilizar corretamente o termo «extremidades da linha poligonal».

    2. Identificar uma linha poligonal como «fechada» quando as extremidades coincidem.

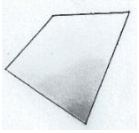


    3. Identificar uma linha poligonal como «simples» quando os únicos pontos comuns a dois lados são vértices.

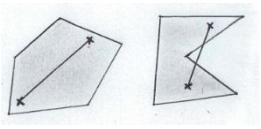
    4. Reconhecer informalmente que uma linha poligonal fechada simples delimita no plano duas regiões disjuntas, sendo uma delas limitada e designada por «parte interna» e a outra ilimitada e designada por «parte externa» da linha.



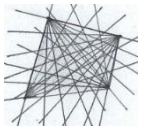
    5. Identificar um «polígono simples», ou apenas «polígono», como a união dos lados de uma linha poligonal fechada simples com a respetiva parte interna, designar por «vértices» e «lados» do polígono respetivamente os vértices e os lados da linha poligonal, por «interior» do polígono a parte interna da linha poligonal, por «exterior» do polígono a parte externa da linha poligonal e por «fronteira» do polígono a união dos respetivos lados, e utilizar corretamente as expressões «vértices consecutivos» e «lados consecutivos».
    6. Designar por $[A_1A_2 \ldots A_n]$ o polígono de lados $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$,…,$[A_nA_1]$.
    7. Identificar um «quadrilátero simples» como um polígono simples com quatro lados, designando-o também por «quadrilátero» quando esta simplificação de linguagem não for ambígua, e utilizar corretamente, neste contexto, o termo «lados opostos».
    8. Identificar um «ângulo interno» de um polígono como um ângulo de vértice coincidente com um vértice do polígono, de lados contendo os lados do polígono que se encontram nesse vértice, tal que um setor circular determinado por esse ângulo está contido no polígono e utilizar corretamente, neste contexto, os termos «ângulos adjacentes» a um lado.



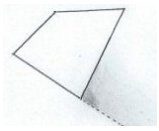
    9. Designar um polígono por «convexo» quando qualquer segmento de reta que une dois pontos do polígono está nele contido e por «côncavo» no caso contrário.



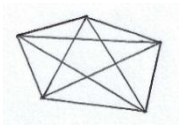
10. Saber que um polígono é convexo quando (e apenas quando) os ângulos internos são todos convexos e que, neste caso, o polígono é igual à interseção dos respetivos ângulos internos.



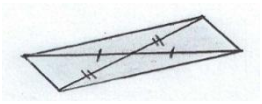
11. Identificar um «ângulo externo» de um polígono convexo como um ângulo suplementar e adjacente a um ângulo interno do polígono.
12. Demonstrar que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a um ângulo giro.



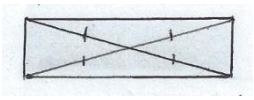
13. Reconhecer, dado um polígono, que a soma das medidas das amplitudes, em graus, dos respetivos ângulos internos é igual ao produto de 180 pelo número de lados diminuído de duas unidades e, se o polígono for convexo, que, associando a cada ângulo interno um externo adjacente, a soma destes é igual a um ângulo giro.
14. Designar por «diagonal» de um dado polígono qualquer segmento de reta que une dois vértices não consecutivos.



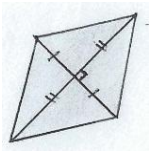
15. Reconhecer que um quadrilátero tem exatamente duas diagonais e saber que as diagonais de um quadrilátero convexo se intersetam num ponto que é interior ao quadrilátero.
16. Reconhecer que um quadrilátero é um paralelogramo quando (e apenas quando) as diagonais se bissetam.



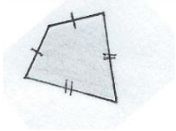
17. Reconhecer que um paralelogramo é um retângulo quando (e apenas quando) as diagonais são iguais.



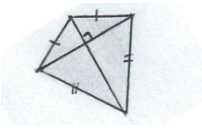
18. Reconhecer que um paralelogramo é um losango quando (e apenas quando) as diagonais são perpendiculares.



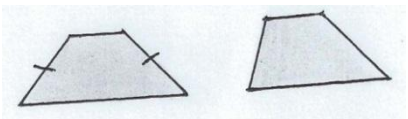
19. Identificar um «papagaio» como um quadrilátero que tem dois pares de lados consecutivos iguais e reconhecer que um losango é um papagaio.



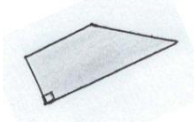
20. Reconhecer que as diagonais de um papagaio são perpendiculares.



21. Identificar «trapézio» como um quadrilátero simples com dois lados paralelos (designados por «bases») e justificar que um paralelogramo é um trapézio.
22. Designar um trapézio com dois lados opostos não paralelos por «trapézio isósceles» quando esses lados são iguais e por «trapézio escaleno» no caso contrário.



23. Designar um trapézio por «trapézio retângulo» quando tem um lado perpendicular às bases.
24. Demonstrar que todo o trapézio com bases iguais é um paralelogramo.



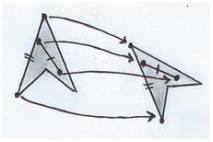
3. *Resolver problemas*

1. Resolver problemas envolvendo congruências de triângulos e propriedades dos quadriláteros, podendo incluir demonstrações geométricas.

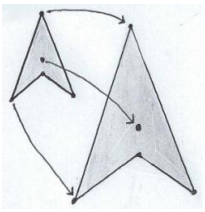
Paralelismo, congruência e semelhança

4. *Identificar e construir figuras congruentes e semelhantes*

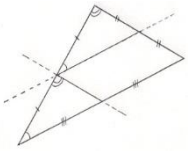
1. Identificar duas figuras geométricas como «isométricas» ou «congruentes» quando é possível estabelecer entre os respetivos pontos uma correspondência um a um de tal modo que pares de pontos correspondentes são equidistantes e designar uma correspondência com esta propriedade por «isometria».



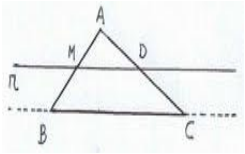
2. Identificar duas figuras geométricas como «semelhantes» quando é possível estabelecer entre os respetivos pontos uma correspondência um a um de tal modo que as distâncias entre pares de pontos correspondentes são diretamente proporcionais, designar a respetiva constante de proporcionalidade por «razão de semelhança», uma correspondência com esta propriedade por «semelhança» e justificar que as isometrias são as semelhanças de razão 1.



3. Saber que toda a figura semelhante a um polígono é um polígono com o mesmo número de vértices e que toda a semelhança associada faz corresponder aos vértices e aos lados de um respetivamente os vértices e os lados do outro.
4. Saber que dois polígonos convexos são semelhantes quando (e apenas quando) se pode estabelecer uma correspondência entre os vértices de um e do outro de tal modo que os comprimentos dos lados e das diagonais do segundo se obtêm multiplicando os comprimentos dos correspondentes lados e das diagonais do primeiro por um mesmo número.
5. Decompor um dado triângulo em dois triângulos e um paralelogramo traçando as duas retas que passam pelo ponto médio de um dos lados e são respetivamente paralelas a cada um dos dois outros, justificar que os dois triângulos da decomposição são iguais e concluir que todos os lados do triângulo inicial ficam assim bissetados.



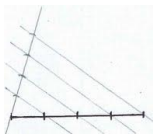
6. Reconhecer, dado um triângulo $[ABC]$, que se uma reta r intersetar o segmento $[AB]$ no ponto médio M e o segmento $[AC]$ no ponto D, que $\overline{AD} = \overline{DC}$ quando (e apenas quando) r é paralela a BC e que, nesse caso, $\overline{BC} = 2\overline{MD}$.



7. Enunciar o Teorema de Tales e demonstrar as condições de proporcionalidade nele envolvidas por argumentos geométricos em exemplos com constantes de proporcionalidade racionais.
8. Reconhecer que dois triângulos são semelhantes quando os comprimentos dos lados de um são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados correspondentes do outro e designar esta propriedade por «critério LLL de semelhança de triângulos».
9. Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos são semelhantes quando os comprimentos de dois lados de um são diretamente proporcionais aos comprimentos de dois dos lados do outro e os ângulos por eles formados em cada triângulo são iguais e designar esta propriedade por «critério LAL de semelhança de triângulos».
10. Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos são semelhantes quando dois

ângulos internos de um são iguais a dois dos ângulos internos do outro e designar esta propriedade por «critério AA de semelhança de triângulos».

11. Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos semelhantes têm os ângulos correspondentes iguais.
12. Reconhecer que dois quaisquer círculos são semelhantes, com razão de semelhança igual ao quociente dos respetivos raios.
13. Saber que dois polígonos são semelhantes quando (e apenas quando) têm o mesmo número de lados e existe uma correspondência entre eles tal que os comprimentos dos lados do segundo são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados do primeiro e os ângulos internos formados por lados correspondentes são iguais e reconhecer esta propriedade em casos concretos por triangulações.
14. Dividir, dado um número natural n, um segmento de reta em n segmentos de igual comprimento utilizando régua e compasso, com ou sem esquadro.



5. Construir e reconhecer propriedades de homotetias

1. Identificar, dado um ponto O e um número racional positivo r , a «homotetia de centro O e razão r» como a correspondência que a um ponto M associa o ponto M' da semirreta $\dot{O}M$ tal que $\overline{OM'} = r\,\overline{OM}$.
2. Identificar, dado um ponto O e um número racional negativo r, a «homotetia de centro O e razão r» como a correspondência que a um ponto M associa o ponto M' da semirreta oposta a $\dot{O}M$ tal que $\overline{OM'} = -r\,\overline{OM}$.
3. Utilizar corretamente os termos «homotetia direta», «homotetia inversa», «ampliação», «redução» e «figuras homotéticas».
4. Reconhecer que duas figuras homotéticas são semelhantes, sendo a razão de semelhança igual ao módulo da razão da homotetia.
5. Construir figuras homotéticas utilizando quadrículas ou utilizando régua e compasso.

6. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo semelhanças de triângulos e homotetias, podendo incluir demonstrações geométricas.

Medida

7. Medir comprimentos de segmentos de reta com diferentes unidades

1. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, um segmento de reta $[AB]$ de medida m e um segmento de reta $[CD]$ de medida m', que a medida de $[CD]$ tomando o comprimento de $[AB]$ para unidade de medida é igual a $\frac{m'}{m}$.
2. Reconhecer que o quociente entre as medidas de comprimento de dois segmentos de reta se mantém quando se altera a unidade de medida considerada.
3. Designar dois segmentos de reta por «comensuráveis» quando existe uma unidade de comprimento tal que a medida de ambos é expressa por números inteiros.
4. Reconhecer que se existir uma unidade de comprimento tal que a hipotenusa e os catetos de um triângulo retângulo isósceles têm medidas naturais respetivamente iguais a a e a b então

$a^2 = 2b^2$, decompondo o triângulo em dois triângulos a ele semelhantes pela altura relativa à hipotenusa, e utilizar o Teorema fundamental da aritmética para mostrar que não existem números naturais a e b nessas condições, mostrando que o expoente de 2 na decomposição em números primos do número natural a^2 teria de ser simultaneamente par e ímpar.

5. Justificar que a hipotenusa e um cateto de um triângulo retângulo isósceles não são comensuráveis e designar segmentos de reta com esta propriedade por «incomensuráveis».
6. Reconhecer que dois segmentos de reta são comensuráveis quando (e apenas quando), tomando um deles para unidade de comprimento, existe um número racional positivo r tal que a medida do outro é igual a r.

8. Calcular medidas de áreas de quadriláteros

1. Provar, fixada uma unidade de comprimento, que a área de um papagaio (e, em particular, de um losango), com diagonais de comprimentos D e d unidades, é igual a $\frac{D \times d}{2}$ unidades quadradas.
2. Identificar a «altura» de um trapézio como a distância entre as retas suporte das bases.
3. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a área de um trapézio de bases de comprimentos B e b unidades e altura a unidades é igual a $\frac{B+b}{2} \times a$ unidades quadradas.

9. Relacionar perímetros e áreas de figuras semelhantes

1. Provar, dados dois polígonos semelhantes ou dois círculos que o perímetro do segundo é igual ao perímetro do primeiro multiplicado pela razão da semelhança que transforma o primeiro no segundo.
2. Provar que dois quadrados são semelhantes e que a medida da área do segundo é igual à medida da área do primeiro multiplicada pelo quadrado da razão da semelhança que transforma o primeiro no segundo.
3. Saber, dadas duas figuras planas semelhantes, que a medida da área da segunda é igual à medida da área da primeira multiplicada pelo quadrado da razão da semelhança que transforma a primeira na segunda.

10. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas de figuras semelhantes.

Funções

1. Definir funções

1. Saber, dados conjuntos A e B, que fica definida uma «função f (ou aplicação) de A em B», quando a cada elemento x de A se associa um elemento único de B representado por $f(x)$ e utilizar corretamente os termos «objeto», «imagem», «domínio», «conjunto de chegada» e «variável».
2. Designar uma função f de A em B por «$f: A \to B$» ou por «f» quando esta notação simplificada não for ambígua.
3. Saber que duas funções f e g são iguais ($f = g$) quando (e apenas quando) têm o mesmo domínio e o mesmo conjunto de chegada e cada elemento do domínio tem a mesma imagem por f e g.
4. Designar, dada uma função $f: A \to B$, por «contradomínio de f» o conjunto das imagens por f dos elementos de A e representá-lo por CD_f, D'_f ou $f(A)$.
5. Representar por «(a, b)» o «par ordenado» de «primeiro elemento» a e «segundo elemento» b.
6. Saber que pares ordenados (a, b) e (c, d) são iguais quando (e apenas quando) $a = c$ e $b = d$.
7. Identificar o gráfico de uma função $f: A \to B$ como o conjunto dos pares ordenados (x, y) com $x \in A$ e $y = f(x)$ e designar neste contexto x por «variável independente» e y por «variável dependente».
8. Designar uma dada função $f: A \to B$ por «função numérica» (respetivamente «função de variável numérica») quando B (respetivamente A) é um conjunto de números.
9. Identificar, fixado um referencial cartesiano num plano, o «gráfico cartesiano» de uma dada função numérica f de variável numérica como o conjunto G constituído pelos pontos P do plano cuja ordenada é a imagem por f da abcissa e designar o gráfico cartesiano por «gráfico de f» quando esta identificação não for ambígua e a expressão «$y = f(x)$» por «equação de G».
10. Identificar e representar funções com domínios e conjuntos de chegada finitos em diagramas de setas, tabelas e gráficos cartesianos e em contextos variados.

2. Operar com funções

1. Identificar a soma de funções numéricas com um dado domínio A e conjunto de chegada $\mathbb{Q}$ como a função de mesmo domínio e conjunto de chegada tal que a imagem de cada $x \in A$ é a soma das imagens e proceder de forma análoga para subtrair, multiplicar e elevar funções a um expoente natural.
2. Efetuar operações com funções de domínio finito definidas por tabelas, diagramas de setas ou gráficos cartesianos.
3. Designar, dado um número racional b, por «função constante igual a b» a função $f: \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ tal que $f(x) = b$ para cada $x \in \mathbb{Q}$ e designar as funções com esta propriedade por «funções constantes» ou apenas «constantes» quando esta designação não for ambígua.
4. Designar por «função linear» uma função $f: \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ para a qual existe um número racional a tal que $f(x) = ax$, para todo o $x \in \mathbb{Q}$, designando esta expressão por «forma canónica» da função linear e a por «coeficiente de f».
5. Identificar uma função afim como a soma de uma função linear com uma constante e designar por «forma canónica» da função afim a expressão «$ax + b$», onde a é o coeficiente da função linear e b o valor da constante, e designar a por «coeficiente de x» e b por «termo independente».

6. Provar que o produto por constante, a soma e a diferença de funções lineares são funções lineares de coeficientes respetivamente iguais ao produto pela constante, à soma e à diferença dos coeficientes das funções dadas.
7. Demonstrar que o produto por constante, a soma e a diferença de funções afins são funções afins de coeficientes da variável e termos independentes respetivamente iguais ao produto pela constante, à soma e à diferença dos coeficientes e dos termos independentes das funções dadas.
8. Identificar funções lineares e afins reduzindo as expressões dadas para essas funções à forma canónica.

3. Definir funções de proporcionalidade direta

1. Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que, fixadas unidades, a «função de proporcionalidade direta f» que associa à medida m da segunda a correspondente medida $y = f(m)$ da primeira satisfaz, para todo o número positivo x, $f(xm) = xf(m)$ (ao multiplicar a medida m da segunda por um dado número positivo, a medida $y = f(m)$ da primeira fica também multiplicada por esse número) e, considerando $m = 1$, que f é igual, no seu domínio, a uma função linear de coeficiente $a = f(1)$.
2. Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que a constante de proporcionalidade é igual ao coeficiente da respetiva função de proporcionalidade direta.
3. Reconhecer que uma função numérica positiva f definida para valores positivos é de proporcionalidade direta quando (e apenas quando) é constante o quociente entre $f(x)$ e x, para qualquer x pertencente ao domínio de f.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta em diversos contextos.

5. Definir sequências e sucessões

1. Identificar, dado um número natural N, uma «sequência de N elementos» como uma função de domínio $\{1,2,\dots,N\}$ e utilizar corretamente a expressão «termo de ordem n da sequência» e «termo geral da sequência».
2. Identificar uma «sucessão» como uma função de domínio $\mathbb{N}$, designando por u_n a imagem do número natural n por u e utilizar corretamente a expressão «termo de ordem n da sucessão» e «termo geral da sucessão».
3. Representar, num plano munido de um referencial cartesiano, gráficos de sequências.

6. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo sequências e sucessões e os respetivos termos gerais.

Expressões algébricas

1. Estender a potenciação e conhecer as propriedades das operações

1. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais as propriedades associativa e comutativa da adição e da multiplicação e as propriedades distributivas da multiplicação relativamente à adição e à subtração.
2. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais, a identificação do 0 e do 1 como os elementos neutros respetivamente da adição e da multiplicação de números, do 0 como elemento absorvente da multiplicação e de dois números como «inversos» um do outro quando o respetivo produto for igual a 1.
3. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais o reconhecimento de que o inverso de um dado número não nulo q é igual a $\frac{1}{q}$, o inverso do produto é igual ao produto dos inversos, o inverso do quociente é igual ao quociente dos inversos e de que, dados números q, r, s e t, $\frac{q}{r} \times \frac{s}{t} = \frac{q \times s}{r \times t}$ (r e t não nulos) e $\frac{\frac{q}{r}}{\frac{s}{t}} = \frac{q \times t}{r \times s}$ (r, s e t não nulos).
4. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a definição e as propriedades previamente estudadas das potências de expoente natural de um número.
5. Reconhecer, dado um número racional q e um número natural n , que $(-q)^n = q^n$ se n for par e $(-q)^n = -q^n$ se n for ímpar.
6. Reconhecer, dado um número racional não nulo q e um número natural n, que a potência q^n é positiva quando n é par e tem o sinal de q quando n é ímpar.
7. Simplificar e calcular o valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas, a potenciação e a utilização de parênteses.

Raízes quadradas e cúbicas

2. Operar com raízes quadradas e cúbicas racionais

1. Saber, dados dois números racionais positivos q e r com $q < r$, que $q^2 < r^2$, verificando esta propriedade em exemplos concretos, considerando dois quadrados de lados com medida de comprimento respetivamente iguais a q e r em determinada unidade, o segundo obtido do primeiro por prolongamento dos respetivos lados.
2. Saber, dados dois números racionais positivos q e r com $q < r$, que $q^3 < r^3$, verificando esta propriedade em exemplos concretos, considerando dois cubos de arestas com medida de comprimento respetivamente iguais q e r em determinada unidade, o segundo obtido do primeiro por prolongamento das respetivas arestas.
3. Designar por «quadrados perfeitos» (respetivamente «cubos perfeitos») os quadrados (respetivamente cubos) dos números inteiros não negativos e construir tabelas de quadrados e cubos perfeitos.
4. Reconhecer, dado um quadrado perfeito não nulo ou, mais geralmente, um número racional q igual ao quociente de dois quadrados perfeitos não nulos, que existem exatamente dois números racionais, simétricos um do outro, cujo quadrado é igual a q, designar o que é positivo por «raiz quadrada de q» e representá-lo por $\sqrt{q}$.

5. Reconhecer que 0 é o único número racional cujo quadrado é igual a 0, designá-lo por «raiz quadrada de 0» e representá-lo por $\sqrt{0}$.
6. Provar, utilizando a definição de raiz quadrada, que para quaisquer q e r respetivamente iguais a quocientes de quadrados perfeitos, que também o são $q \times r$ e (para $r \neq 0$) $\frac{q}{r}$, e que $\sqrt{q \times r} = \sqrt{q} \times \sqrt{r}$ e (para $r \neq 0$) $\sqrt{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}$.
7. Reconhecer, dado um cubo perfeito ou, mais geralmente, um número racional q igual ao quociente de dois cubos perfeitos ou ao respetivo simétrico, que existe um único número racional cujo cubo é igual a q, designá-lo por «raiz cúbica de q» e representá-lo por $\sqrt[3]{q}$.
8. Provar, utilizando a definição de raiz cúbica, que para quaisquer q e r respetivamente iguais a quocientes ou a simétricos de quocientes de cubos perfeitos não nulos, que também o são $q \times r$ e (para $r \neq 0$) $\frac{q}{r}$, que $\sqrt[3]{-q} = -\sqrt[3]{q}$, $\sqrt[3]{q \times r} = \sqrt[3]{q} \times \sqrt[3]{r}$ e (para $r \neq 0$) $\sqrt[3]{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt[3]{q}}{\sqrt[3]{r}}$.
9. Determinar, na forma fracionária ou como dízimas, raízes quadradas (respetivamente cúbicas) de números racionais que possam ser representados como quocientes de quadrados perfeitos (respetivamente quocientes ou simétrico de quocientes de cubos perfeitos) por inspeção de tabelas de quadrados (respetivamente cubos) perfeitos.
10. Reconhecer, dado um número racional representado como dízima e tal que deslocando a vírgula duas (respetivamente três) casas decimais para a direita obtemos um quadrado (respetivamente cubo) perfeito, que é possível representá-lo como fração decimal cujos termos são quadrados (respetivamente cubos) perfeitos e determinar a representação decimal da respetiva raiz quadrada (respetivamente cúbica).
11. Determinar as representações decimais de raízes quadradas (respetivamente cúbicas) de números racionais representados na forma de dízimas, obtidas por deslocamento da vírgula para a esquerda um número par de casas decimais (respetivamente um número de casas decimais que seja múltiplo de três) em representações decimais de números retirados da coluna de resultados de tabelas de quadrados (respetivamente cubos) perfeitos.

Equações algébricas

3. Resolver equações do 1.º grau

1. Identificar, dadas duas funções f e g, uma «equação» com uma «incógnita x» como uma expressão da forma «$f(x) = g(x)$», designar, neste contexto, «$f(x)$» por «primeiro membro da equação», «$g(x)$» por «segundo membro da equação», qualquer a tal que $f(a) = g(a)$ por «solução» da equação e o conjunto das soluções por «conjunto-solução».
2. Designar uma equação por «impossível» quando o conjunto-solução é vazio e por «possível» no caso contrário.
3. Identificar duas equações como «equivalentes» quando tiverem o mesmo conjunto-solução e utilizar corretamente o símbolo «⇔».
4. Identificar uma equação «$f(x) = g(x)$» como «numérica» quando f e g são funções numéricas, reconhecer que se obtém uma equação equivalente adicionando ou subtraindo um mesmo número a ambos os membros, ou multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número não nulo e designar estas propriedades por «princípios de equivalência».
5. Designar por «equação linear com uma incógnita» ou simplesmente «equação linear» qualquer equação «$f(x) = g(x)$» tal que f e g são funções afins.

6. Simplificar ambos os membros da equação e aplicar os princípios de equivalência para mostrar que uma dada equação linear é equivalente a uma equação em que o primeiro membro é dado por uma função linear e o segundo membro é constante ($ax = b$).
7. Provar, dados números racionais a e b, que a equação $ax = b$ é impossível se $a = 0$ e $b \neq 0$, que qualquer número é solução se $a = b = 0$ (equação linear possível indeterminada), que se $a \neq 0$ a única solução é o número racional $\frac{b}{a}$ (equação linear possível determinada) e designar uma equação linear determinada por «equação algébrica de 1.º grau».
8. Resolver equações lineares distinguindo as que são impossíveis das que são possíveis e entre estas as que são determinadas ou indeterminadas, e apresentar a solução de uma equação algébrica de 1.º grau na forma de fração irredutível ou numeral misto ou na forma de dízima com uma aproximação solicitada.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo equações lineares.

Medidas de localização

1. *Representar, tratar e analisar conjuntos de dados*

    1. Construir, considerado um conjunto de dados numéricos, uma sequência crescente em sentido lato repetindo cada valor um número de vezes igual à respetiva frequência absoluta, designando-a por «sequência ordenada dos dados» ou simplesmente por «dados ordenados».
    2. Identificar, dado um conjunto de n dados numéricos, a «mediana» como o valor central no caso de n ser ímpar (valor do elemento de ordem $\frac{n+1}{2}$ da sequência ordenada dos dados), ou como a média aritmética dos dois valores centrais (valores dos elementos de ordens $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2}+1$ da sequência ordenada dos dados) no caso de n ser par e representar a mediana por «$\tilde{x}$» ou «Me».
    3. Determinar a mediana de um conjunto de dados numéricos.
    4. Reconhecer, considerado um conjunto de dados numéricos, que pelo menos metade dos dados têm valores não superiores à mediana.
    5. Designar por «medidas de localização» a média, a moda e a mediana de um conjunto de dados.

2. *Resolver problemas*

    1. Resolver problemas envolvendo a análise de dados representados em tabelas de frequência, diagramas de caule-e-folhas, gráficos de barras e gráficos circulares.

8.º ANO

Números e Operações NO8

Dízimas finitas e infinitas periódicas

1. Relacionar números racionais e dízimas

1. Reconhecer, dada uma fração irredutível $\frac{a}{b}$, que esta é equivalente a uma fração decimal quando (e apenas quando) b não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5, e nesse caso, obter a respetiva representação como dízima por dois processos: determinando uma fração decimal equivalente, multiplicando numerador e denominador por potências de 2 e de 5 adequadas, e utilizando o algoritmo da divisão.
2. Reconhecer, dada uma fração própria irredutível $\frac{a}{b}$ tal que b tem pelo menos um fator primo diferente de 2 e de 5, que a aplicação do algoritmo da divisão à determinação sucessiva dos algarismos da aproximação de $\frac{a}{b}$ como dízima com erro progressivamente menor conduz, a partir de certa ordem, à repetição indefinida de uma sequência de algarismos com menos de b termos, a partir do algarismo correspondente ao primeiro resto parcial repetido.
3. Utilizar corretamente os termos «dízima finita», «dízima infinita periódica» (representando números racionais nessas formas), «período de uma dízima» e «comprimento do período» (determinando-os em casos concretos).
4. Saber que o algoritmo da divisão nunca conduz a dízimas infinitas periódicas de período igual a «9».
5. Representar uma dízima infinita periódica como fração, reconhecendo que é uma dízima finita a diferença desse número para o respetivo produto por uma potência de base 10 e de expoente igual ao comprimento do período da dízima e utilizar este processo para mostrar que $0,(9) = 1$.
6. Saber que se pode estabelecer uma correspondência um a um entre o conjunto das dízimas finitas e infinitas periódicas com período diferente de 9 e o conjunto dos números racionais.
7. Efetuar a decomposição decimal de uma dízima finita utilizando potências de base 10 e expoente inteiro.
8. Representar números racionais em notação científica com uma dada aproximação.
9. Ordenar números racionais representados por dízimas finitas ou infinitas periódicas ou em notação científica.
10. Determinar a soma, diferença, produto e quociente de números racionais representados em notação científica.
11. Identificar uma dízima infinita não periódica como a representação decimal de um número inteiro seguido de uma vírgula e de uma sucessão de algarismos que não corresponde a uma dízima infinita periódica.
12. Representar na reta numérica números racionais representados na forma de dízima convertendo-a em fração e utilizando uma construção geométrica para decompor um segmento de reta em n partes iguais.

Dízimas infinitas não periódicas e números reais

2. Completar a reta numérica

1. Reconhecer que um ponto da reta numérica à distância da origem igual ao comprimento da diagonal de um quadrado de lado 1 não pode corresponder a um número racional e designar os pontos com esta propriedade por «pontos irracionais».
2. Reconhecer, dado um ponto A da semirreta numérica positiva que não corresponda a uma dízima finita, que existem pontos de abcissa dada por uma dízima finita tão próximos de A quanto se pretenda, justapondo a_0 segmentos de reta de medida 1 a partir da origem tal que A esteja situado entre os pontos de abcissa a_0 e $a_0 + 1$, justapondo em seguida, a partir do ponto de abcissa a_0, a_1 segmentos de medida $\frac{1}{10}$ tal que A esteja situado entre os pontos de abcissa $a_0 + \frac{a_1}{10}$ e $a_0 + \frac{a_1+1}{10}$ e continuando este processo com segmentos de medida $\frac{1}{10^2}$, $\frac{1}{10^3}$, ... e associar a A a dízima «$a_0, a_1 a_2$ …».
3. Saber, dado um ponto A da semirreta numérica positiva, que a dízima $a_0, a_1 a_2$ … associada a A é, no caso de A não ser um ponto irracional, a representação na forma de dízima da abcissa de A.
4. Reconhecer que cada ponto irracional da semirreta numérica positiva está associado a uma dízima infinita não periódica e interpretá-la como representação de um número, dito «número irracional», medida da distância entre o ponto e a origem.
5. Reconhecer que o simétrico relativamente à origem de um ponto irracional A da semirreta numérica positiva, de abcissa $a_0, a_1 a_2$ … é um ponto irracional e representá-lo pelo «número irracional negativo» $-a_0, a_1 a_2$ … .
6. Designar por «conjunto dos números reais» a união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais e designá-lo por «$\mathbb{R}$».
7. Saber que as quatro operações definidas sobre os números racionais, a potenciação de expoente inteiro e a raiz cúbica se podem estender aos reais, assim como a raiz quadrada a todos os reais não negativos, preservando as respetivas propriedades algébricas, assim como as propriedades envolvendo proporções entre medidas de segmentos.
8. Reconhecer que $\sqrt{2}$ é um número irracional e saber que $\sqrt{n}$ (sendo n um número natural) é um número irracional se n não for um quadrado perfeito.
9. Utilizar o Teorema de Pitágoras para construir geometricamente radicais de números naturais e representá-los na reta numérica.
10. Saber que π é um número irracional.

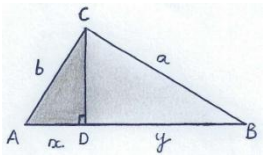
3. Ordenar números reais

1. Estender aos números reais a ordem estabelecida para os números racionais utilizando a representação na reta numérica, reconhecendo as propriedades «transitiva» e «tricotómica» da relação de ordem.
2. Ordenar dois números reais representados na forma de dízima comparando sequencialmente os algarismos da maior para a menor ordem.

Teorema de Pitágoras

1. *Relacionar o teorema de Pitágoras com a semelhança de triângulos*

   1. Demonstrar, dado um triângulo $[ABC]$ retângulo em C, que a altura $[CD]$ divide o triângulo em dois triângulos a ele semelhantes, tendo-se $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$ e $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$.
   2. Reconhecer, dado um triângulo $[ABC]$ retângulo em C e de altura $[CD]$, que os comprimentos $a = \overline{BC}$, $b = \overline{AC}$, $c = \overline{AB}$, $x = \overline{AD}$, $y = \overline{DB}$ satisfazem as igualdades $b^2 = xc$ e $a^2 = yc$ e concluir que a soma dos quadrados das medidas dos catetos é igual ao quadrado da medida da hipotenusa e designar esta proposição por «Teorema de Pitágoras».



   3. Reconhecer que um triângulo de medida de lados a, b e c tais que $a^2 + b^2 = c^2$ é retângulo no vértice oposto ao lado de medida c e designar esta propriedade por «recíproco do Teorema de Pitágoras».

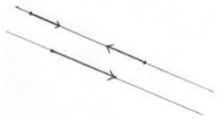
2. *Resolver problemas*

   1. Resolver problemas geométricos envolvendo a utilização dos teoremas de Pitágoras e de Tales.
   2. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias desconhecidas por utilização dos teoremas de Pitágoras e de Tales.

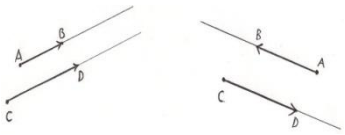
Vetores, translações e isometrias

3. *Construir e reconhecer propriedades das translações do plano*

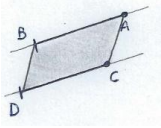
   1. Identificar segmentos orientados como tendo «a mesma direção» quando as respetivas retas suportes forem paralelas ou coincidentes.



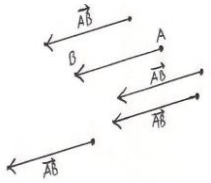
   2. Identificar segmentos orientados $[A, B]$ e $[C, D]$ como tendo «a mesma direção e sentido» ou simplesmente «o mesmo sentido» quando as semirretas $\dot{A}B$ e $\dot{C}D$ tiverem o mesmo sentido e como tendo «sentidos opostos» quando tiverem a mesma direção mas não o mesmo sentido.



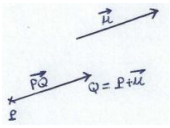
   3. Identificar, dado um ponto A, o segmento de reta $[AA]$ e o segmento orientado $[A, A]$ de extremos ambos iguais a A como o próprio ponto A e identificar, dada uma qualquer unidade de comprimento, o comprimento de $[AA]$ e a distância de A a ele próprio como 0 unidades, e considerar que o segmento orientado $[A, A]$ tem direção e sentido indefinidos.
   4. Designar por comprimento do segmento orientado $[A, B]$ o comprimento do segmento de reta $[AB]$, ou seja, a distância entre as respetivas origem e extremidade.
   5. Identificar segmentos orientados como «equipolentes» quando tiverem a mesma direção, sentido e comprimento e reconhecer que os segmentos orientados $[A, B]$ e $[C, D]$ de retas suportes distintas são equipolentes quando (e apenas quando) $[ABDC]$ é um paralelogramo.



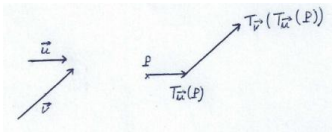
6. Saber que um «vetor» fica determinado por um segmento orientado de tal modo que segmentos orientados equipolentes determinam o mesmo vetor e segmentos orientados não equipolentes determinam vetores distintos, designar esses segmentos orientados por «representantes» do vetor e utilizar corretamente os termos «direção», «sentido» e «comprimento» de um vetor.



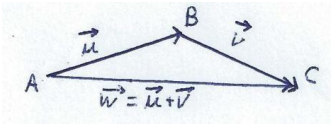
7. Representar o vetor determinado pelo segmento orientado $[A, B]$ por $\overrightarrow{AB}$.
8. Designar por «vetor nulo» o vetor determinado pelos segmentos orientados de extremos iguais e representá-lo por $\vec{0}$.
9. Identificar dois vetores não nulos como «colineares» quando têm a mesma direção e como «simétricos» quando têm o mesmo comprimento, a mesma direção e sentidos opostos, convencionar que o vetor nulo é colinear a qualquer outro vetor e simétrico dele próprio e representar por $-\vec{u}$ o simétrico de um vetor $\vec{u}$.
10. Reconhecer, dado um ponto P e um vetor $\vec{u}$, que existe um único ponto Q tal que $\vec{u} = \overrightarrow{PQ}$ e designá-lo por « $P + \vec{u}$».



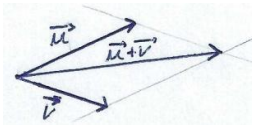
11. Identificar a «translação de vetor $\vec{u}$» como a aplicação que a um ponto P associa o ponto $P + \vec{u}$ e designar a translação e a imagem de P respetivamente por $T_{\vec{u}}$ e por $T_{\vec{u}}(P)$.
12. Identificar, dados vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, a «composta da translação $T_{\vec{v}}$ com a translação $T_{\vec{u}}$» como a aplicação que consiste em aplicar a um ponto P a translação $T_{\vec{u}}$ e, de seguida, a translação $T_{\vec{v}}$ ao ponto $T_{\vec{u}}(P)$ obtido.



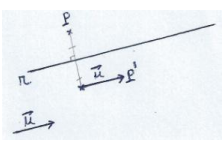
13. Representar por «$T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}}$» a composta da translação $T_{\vec{v}}$ com a translação $T_{\vec{u}}$ e reconhecer, dado um ponto P, que $(T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}})(P) = (P + \vec{u}) + \vec{v}$.
14. Reconhecer que $T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}}$ é uma translação de vetor $\vec{w}$ tal que se $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ e designando por C a extremidade do representante de $\vec{v}$ de origem B ($\vec{v} = \overrightarrow{BC}$), então $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$ e designar $\vec{w}$ por $\vec{u} + \vec{v}$ («regra do triângulo»).



15. Reconhecer que se podem adicionar dois vetores através da «regra do paralelogramo».



16. Justificar, dado um ponto P e vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, que $(P + \vec{u}) + \vec{v} = P + (\vec{u} + \vec{v})$.
17. Reconhecer, dados vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$, $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$, $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ e $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ e designar estas propriedades respetivamente por comutatividade, existência de elemento neutro (vetor nulo), existência de simétrico para cada vetor e associatividade da adição de vetores.
18. Demonstrar que as translações são isometrias que preservam também a direção e o sentido dos segmentos orientados.
19. Saber que as translações são as únicas isometrias que mantêm a direção e o sentido de qualquer segmento orientado ou semirreta.
20. Identificar, dada uma reflexão R_r de eixo r e um vetor $\vec{u}$ com a direção da reta r, a «composta da translação $T_{\vec{u}}$ com a reflexão R_r» como a aplicação que consiste em aplicar a um ponto P a reflexão R_r e, em seguida, a translação $T_{\vec{u}}$ ao ponto $R_r(P)$ assim obtido e designar esta aplicação por «reflexão deslizante de eixo r e vetor $\vec{u}$».



21. Saber que as imagens de retas, semirretas e ângulos por uma isometria são respetivamente retas, semirretas e ângulos, transformando origens em origens, vértices em vértices e lados em lados.
22. Demonstrar que as isometrias preservam a amplitude dos ângulos e saber que as únicas isometrias do plano são as translações, rotações, reflexões axiais e reflexões deslizantes.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo as propriedades das isometrias utilizando raciocínio dedutivo.
2. Resolver problemas envolvendo figuras com simetrias de translação, rotação, reflexão axial e reflexão deslizante.

Gráficos de funções afins

1. *Identificar as equações das retas do plano*

   1. Demonstrar, utilizando o teorema de Tales, que as retas não verticais num dado plano que passam pela origem de um referencial cartesiano nele fixado são os gráficos das funções lineares e justificar que o coeficiente de uma função linear é igual à ordenada do ponto do gráfico com abcissa igual a 1 e à constante de proporcionalidade entre as ordenadas e as abcissas dos pontos da reta, designando-o por «declive da reta» no caso em que o referencial é ortogonal e monométrico.
   2. Reconhecer, dada uma função $f: D \to \mathbb{R}$, $(D \subset \mathbb{R})$ que o gráfico da função definida pela expressão $g(x) = f(x) + b$ (sendo b um número real) se obtém do gráfico da função f por translação de vetor definido pelo segmento orientado de origem no ponto de coordenadas $(0,0)$ e extremidade de coordenadas $(0, b)$.
   3. Reconhecer que as retas não verticais são os gráficos das funções afins e, dada uma reta de equação $y = ax + b$, designar a por «declive» da reta e b por «ordenada na origem».
   4. Reconhecer que duas retas não verticais são paralelas quando (e apenas quando) têm o mesmo declive.
   5. Reconhecer, dada uma reta r determinada por dois pontos, A de coordenadas (x_A, y_A) e B de coordenadas (x_B, y_B), que a reta não é vertical quando (e apenas quando) $x_B \neq x_A$ e que, nesse caso, o declive de r é igual a $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
   6. Reconhecer que os pontos do plano de abcissa igual a c (sendo c um dado número real) são os pontos da reta vertical que passa pelo ponto de coordenadas $(c, 0)$ e designar por equação dessa reta a equação «$x = c$».

2. *Resolver problemas*

   1. Determinar a expressão algébrica de uma função afim dados dois pontos do respetivo gráfico.
   2. Determinar a equação de uma reta paralela a outra dada e que passa num determinado ponto.
   3. Resolver problemas envolvendo equações de retas em contextos diversos.

Potências de expoente inteiro

1. *Estender o conceito de potência a expoentes inteiros*

    1. Identificar, dado um número não nulo a, a potência a^0 como o número 1, reconhecendo que esta definição é a única possível por forma a estender a propriedade $a^{m+n} = a^m a^n$ a expoentes positivos ou nulos.
    2. Identificar, dado um número não nulo a e um número natural n, a potência a^{-n} como o número $\frac{1}{a^n}$, reconhecendo que esta definição é a única possível por forma a estender a propriedade $a^{m+n} = a^m a^n$ a expoentes inteiros.
    3. Estender as propriedades previamente estudadas das potências de expoente natural às potências de expoente inteiro.

Monómios e Polinómios

2. *Reconhecer e operar com monómios*

    1. Identificar um monómio como uma expressão que liga por símbolos de produto «fatores numéricos» (operações envolvendo números e letras, ditas «constantes», e que designam números) e potências de expoente natural e de base representada por letras, ditas «variáveis» (ou «indeterminadas»).
    2. Designar por «parte numérica» ou «coeficiente» de um monómio uma expressão representando o produto dos respetivos fatores numéricos.
    3. Designar por «monómio nulo» um monómio de parte numérica nula e por «monómio constante» um monómio reduzido à parte numérica.
    4. Designar por «parte literal» de um monómio não constante, estando estabelecida uma ordem para as variáveis, o produto, por essa ordem, de cada uma das variáveis elevada à soma dos expoentes dos fatores em que essa variável intervém no monómio dado.
    5. Identificar dois monómios não nulos como «semelhantes» quando têm a mesma parte literal.
    6. Designar por «forma canónica» de um monómio não nulo um monómio em que se representa em primeiro lugar a parte numérica e em seguida a parte literal.
    7. Identificar dois monómios como «iguais» quando admitem a mesma forma canónica ou quando são ambos nulos.
    8. Reduzir monómios à forma canónica e identificar monómios iguais.
    9. Designar por «grau» de um monómio não nulo a soma dos expoentes da respetiva parte literal, quando existe, e atribuir aos monómios constantes não nulos o grau 0.
    10. Identificar, dados monómios semelhantes não nulos, a respetiva «soma algébrica» como um monómio com a mesma parte literal e cujo coeficiente é igual à soma algébrica dos coeficientes das parcelas.
    11. Identificar o «produto de monómios» como um monómio cuja parte numérica é igual ao produto dos coeficientes dos fatores e a parte literal se obtém representando cada uma das variáveis elevada à soma dos expoentes dos fatores em que essa variável intervém nos monómios dados.
    12. Multiplicar monómios e adicionar algebricamente monómios semelhantes.
    13. Reconhecer, dada uma soma de monómios semelhantes, que substituindo as indeterminadas por números obtém-se uma expressão numérica de valor igual à soma dos valores das expressões

numéricas que se obtêm substituindo, nas parcelas, as indeterminadas respetivamente pelos mesmos números.

14. Reconhecer, dado um produto de monómios, que substituindo as indeterminadas por números obtém-se uma expressão numérica de igual valor ao produto dos valores das expressões numéricas que se obtêm substituindo, nos fatores, as indeterminadas respetivamente pelos mesmos números.

3. Reconhecer e operar com polinómios

1. Designar por «polinómio» um monómio ou uma expressão ligando monómios (designados por «termos do polinómio») através de sinais de adição, que podem ser substituídos por sinais de subtração tomando-se, para o efeito, o simétrico da parte numérica do monómio que se segue ao sinal.
2. Designar por «variáveis do polinómio» ou «indeterminadas do polinómio» as variáveis dos respetivos termos e por «coeficientes do polinómio» os coeficientes dos respetivos termos.
3. Designar por «forma reduzida» de um polinómio qualquer polinómio que se possa obter do polinómio dado eliminando os termos nulos, adicionando algebricamente os termos semelhantes e eliminando as somas nulas, e, no caso de por este processo não se obter nenhum termo, identificar a forma reduzida como «0».
4. Designar por polinómios «iguais» os que admitem uma mesma forma reduzida, por «termo independente de um polinómio» o termo de grau 0 de uma forma reduzida e por «polinómio nulo» um polinómio com forma reduzida «0».
5. Designar por «grau» de um polinómio não nulo o maior dos graus dos termos de uma forma reduzida desse polinómio.
6. Identificar, dados polinómios não nulos, o «polinómio soma» (respetivamente «polinómio diferença») como o que se obtém ligando os polinómios parcelas através do sinal de adição (respetivamente «subtração») e designar ambos por «soma algébrica» dos polinómios dados.
7. Reconhecer que se obtém uma forma reduzida da soma algébrica de dois polinómios na forma reduzida adicionando algebricamente os coeficientes dos termos semelhantes, eliminando os nulos e as somas nulas assim obtidas e adicionando os termos assim obtidos, ou concluir que a soma algébrica é nula se todos os termos forem assim eliminados.
8. Identificar o «produto» de dois polinómios como o polinómio que se obtém efetuando todos os produtos possíveis de um termo de um por um termo do outro e adicionando os resultados obtidos.
9. Reconhecer, dada uma soma (respetivamente produto) de polinómios, que substituindo as indeterminadas por números, obtém-se uma expressão numérica de valor igual à soma (respetivamente produto) dos valores das expressões numéricas que se obtêm substituindo, nas parcelas (respetivamente fatores), as indeterminadas respetivamente pelos mesmos números.
10. Reconhecer os casos notáveis da multiplicação como igualdades entre polinómios e demonstrá-los.
11. Efetuar operações entre polinómios, determinar formas reduzidas e os respetivos graus.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas que associem polinómios a medidas de áreas e volumes interpretando geometricamente igualdades que os envolvam.
2. Fatorizar polinómios colocando fatores comuns em evidência e utilizando os casos notáveis da multiplicação de polinómios.

Equações incompletas de 2.º grau

5. Resolver equações do 2.º grau

1. Designar por equação do 2.º grau com uma incógnita uma igualdade entre dois polinómios, com uma variável, redutível à equação que se obtém igualando a «0» um polinómio de 2.º grau com uma variável, por adição algébrica de termos iguais a ambos os membros.
2. Designar a equação do 2.º grau $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) por «incompleta» quando $b = 0$ ou $c = 0$.
3. Provar que se um produto de números é nulo então um dos fatores é nulo e designar esta propriedade por «lei do anulamento do produto».
4. Demonstrar que a equação do 2.º grau $x^2 = k$ não tem soluções se $k < 0$, tem uma única solução se $k = 0$ e tem duas soluções simétricas se $k > 0$.
5. Aplicar a lei do anulamento do produto à resolução de equações de 2.º grau, reconhecendo, em cada caso, que não existem mais do que duas soluções e simplificando as expressões numéricas das eventuais soluções.

6. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo equações de 2.º grau.

Equações literais

7. Reconhecer e resolver equações literais em ordem a uma das incógnitas

1. Designar por «equação literal» uma equação que se obtém igualando dois polinómios de forma que pelo menos um dos coeficientes envolva uma ou mais letras.
2. Resolver equações literais do 1.º e do 2.º grau em ordem a uma dada incógnita considerando apenas essa incógnita como variável dos polinómios envolvidos e as restantes letras como constantes.

Sistemas de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas

8. Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas

1. Designar por «sistema de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas x e y» um sistema de duas equações numéricas redutíveis à forma «$ax + by = c$» tal que os coeficientes a e b não são ambos nulos e utilizar corretamente a expressão «sistema na forma canónica».
2. Designar, fixada uma ordem para as incógnitas, o par ordenado de números (x_0, y_0) como «solução de um sistema com duas incógnitas» quando, ao substituir em cada uma das equações a primeira incógnita por x_0 e a segunda por y_0 se obtêm duas igualdades verdadeiras e por «sistemas equivalentes» sistemas com o mesmo conjunto de soluções.
3. Interpretar geometricamente os sistemas de duas equações de 1.º grau num plano munido de um referencial cartesiano e reconhecer que um tal sistema ou não possui soluções («sistema impossível»), ou uma única solução («sistema possível e determinado») ou as soluções são as coordenadas dos pontos da reta definida por uma das duas equações equivalentes do sistema («sistema possível e indeterminado»).
4. Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau pelo método de substituição.

9. Resolver problemas

1. Resolver problemas utilizando sistemas de equações do 1.º grau com duas incógnitas.

Diagramas de extremos e quartis

1. Representar, tratar e analisar conjuntos de dados

1. Identificar, dado um conjunto de n dados numéricos (sendo n ímpar), o «primeiro quartil» (respetivamente «terceiro quartil») como a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior (respetivamente superior) a $\frac{n+1}{2}$ na sequência ordenada do conjunto inicial de dados.
2. Identificar, dado um conjunto de n dados numéricos (sendo n par), o «primeiro quartil» (respetivamente «terceiro quartil») como a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior ou igual a $\frac{n}{2}$ (respetivamente superior ou igual a $\frac{n}{2}+1$) na sequência ordenada do conjunto inicial de dados.
3. Identificar, considerado um conjunto de dados numéricos, o «segundo quartil» como a mediana desse conjunto e representar os primeiro, segundo e terceiro quartis respetivamente por Q_1, Q_2 e Q_3.
4. Reconhecer, considerado um conjunto de dados numéricos, que a percentagem de dados não inferiores (respetivamente não superiores) ao primeiro (respetivamente terceiro) quartil é pelo menos 75%.
5. Representar conjuntos de dados quantitativos em diagramas de extremos e quartis.
6. Identificar a «amplitude interquartil» como a diferença entre o 3.º quartil e o 1.º quartil ($\mathrm{Q}_3 - \mathrm{Q}_1$) e designar por «medidas de dispersão» a amplitude e a amplitude interquartis.

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a análise de dados representados em gráficos diversos e em diagramas de extremos e quartis.

9.º ANO

Números e Operações NO9

Relação de ordem

1. *Reconhecer propriedades da relação de ordem em* $\mathbb{R}$

   1. Reconhecer, dados três números racionais q, r e s representados em forma de fração com $q < r$, que se tem $q + s < r + s$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.
   2. Reconhecer, dados três números racionais q, r e s representados em forma de fração com $q < r$ e $s > 0$, que se tem $qs < rs$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.
   3. Reconhecer, dados três números racionais q, r e s representados em forma de fração com $q < r$ e $s < 0$, que se tem $qs > rs$ comparando as frações resultantes e saber que esta propriedade se estende a todos os números reais.
   4. Provar que para a, b, c e d números reais com $a < b$ e $c < d$ se tem $a + c < b + d$ e, no caso de a, b, c e d serem positivos, $ac < bd$.
   5. Justificar, dados dois números reais positivos a e b, que se $a < b$ então $a^2 < b^2$ e $a^3 < b^3$, observando que esta última propriedade se estende a quaisquer dois números reais.
   6. Justificar, dados dois números reais positivos a e b, que se $a < b$ então $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
   7. Simplificar e ordenar expressões numéricas reais que envolvam frações, dízimas e radicais utilizando as propriedades da relação de ordem.

2. *Definir intervalos de números reais*

   1. Identificar, dados dois números reais a e b (com $a < b$), os «intervalos não degenerados», ou simplesmente «intervalos», $[a, b]$, $]a, b[$,$[a, b[$ e $]a, b]$ como os conjuntos constituídos pelos números reais tais que, respetivamente, $a \leq x \leq b$, $a < x < b$, $a \leq x < b$ e $a < x \leq b$, designando por «extremos» destes intervalos os números a e b e utilizar corretamente os termos «intervalo fechado», «intervalo aberto» e «amplitude de um intervalo».
   2. Identificar, dado um número real a, os intervalos $[a, +\infty[$, $]a, +\infty[$, $]-\infty, a[$ e $]-\infty, a]$ como os conjuntos constituídos pelos números reais x tais que, respetivamente, $x \geq a$, $x > a$, $x < a$ e $x \leq a$ e designar os símbolos «$-\infty$» e «$+\infty$» por, respetivamente, «menos infinito» e «mais infinito».
   3. Identificar o conjunto dos números reais como intervalo, representando-o por $]-\infty, +\infty[$.
   4. Representar intervalos na reta numérica.
   5. Determinar interseções e reuniões de intervalos de números reais, representando-as, quando possível, sob a forma de um intervalo ou, caso contrário, de uma união de intervalos disjuntos.

3. *Operar com valores aproximados de números reais*

   1. Identificar, dado um número x e um número positivo r, um número x' como uma «aproximação de x com erro inferior a r» quando $x' \in]x - r, x + r[$.
   2. Reconhecer, dados dois números reais x e y e aproximações x' e y' respetivamente de x e y com erro inferior a r, que $x' + y'$é uma aproximação de $x + y$ com erro inferior a $2r$.

3. Aproximar o produto de dois números reais pelo produto de aproximações dos fatores, majorando por enquadramentos o erro cometido.
4. Aproximar raízes quadradas (respetivamente cúbicas) com erro inferior a um dado valor positivo r, determinando números racionais cuja distância seja inferior a r e cujos quadrados (respetivamente cubos) enquadrem os números dados.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo aproximações de medidas de grandezas em contextos diversos.

Axiomatização das teorias Matemáticas

1. *Utilizar corretamente o vocabulário próprio do método axiomático*

    1. Identificar uma «teoria» como um dado conjunto de proposições consideradas verdadeiras, incluindo-se também na teoria todas as proposições que delas forem dedutíveis logicamente.
    2. Reconhecer, no âmbito de uma teoria, que para não se incorrer em raciocínio circular ou numa cadeia de deduções sem fim, é necessário fixar alguns objetos («objetos primitivos»), algumas relações entre objetos que não se definem a partir de outras («relações primitivas»), e algumas proposições que se consideram verdadeiras sem as deduzir de outras («axiomas»).
    3. Designar por «axiomática de uma teoria» um conjunto de objetos primitivos, relações primitivas e axiomas a partir dos quais todos os objetos e relações da teoria possam ser definidos e todas as proposições verdadeiras demonstradas e utilizar corretamente os termos «definição», «teorema» e «demonstração» de um teorema.
    4. Saber que os objetos primitivos, relações primitivas e axiomas de algumas teorias podem ter interpretações intuitivas que permitem aplicar os teoremas à resolução de problemas da vida real e, em consequência, testar a validade da teoria como modelo da realidade em determinado contexto.
    5. Distinguir «condição necessária» de «condição suficiente» e utilizar corretamente os termos «hipótese» e «tese» de um teorema e o símbolo «⇒».
    6. Saber que alguns teoremas podem ser designados por «lemas», quando são considerados resultados auxiliares para a demonstração de um teorema considerado mais relevante e outros por «corolários» quando no desenvolvimento de uma teoria surgem como consequências estreitamente relacionadas com um teorema considerado mais relevante.

2. *Identificar factos essenciais da axiomatização da Geometria*

    1. Saber que para a Geometria Euclidiana foram apresentadas historicamente diversas axiomáticas que foram sendo aperfeiçoadas, e que, dadas duas delas numa forma rigorosa, é possível definir os termos e relações primitivas de uma através dos termos e relações primitivas da outra e demonstrar os axiomas de uma a partir dos axiomas da outra, designando-se, por esse motivo, por «axiomáticas equivalentes» e conduzindo aos mesmos teoremas.
    2. Saber que, entre outras possibilidades, existem axiomáticas da Geometria que tomam como objetos primitivos os pontos, as retas e os planos e outras apenas os pontos, e que a relação «B está situado entre A e C» estabelecida entre pontos de um trio ordenado (A, B, C), assim como a relação «os pares de pontos (A, B) e (C, D) são equidistantes», entre pares de pontos podem ser tomadas como relações primitivas da Geometria.
    3. Saber que na forma histórica original da Axiomática de Euclides se distinguiam «postulados» de «axiomas», de acordo com o que se supunha ser o respetivo grau de evidência e domínio de aplicabilidade, e que nas axiomáticas atuais essa distinção não é feita, tomando-se o termo «postulado» como sinónimo de «axioma», e enunciar exemplos de postulados e axiomas dos «Elementos de Euclides».
    4. Identificar «lugar geométrico» como o conjunto de todos os pontos que satisfazem uma dada propriedade.

Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos

3. *Caracterizar a Geometria Euclidiana através do axioma das paralelas.*

    1. Saber que o «5.º postulado de Euclides», na forma enunciada nos «Elementos de Euclides», estabelece que se duas retas num plano, intersetadas por uma terceira, determinam com esta ângulos internos do mesmo lado da secante cuja soma é inferior a um ângulo raso então as duas retas intersetam-se no semiplano determinado pela secante que contém esses dois ângulos.
    2. Saber que o «axioma euclidiano de paralelismo» estabelece que por um ponto P fora de uma reta r não passa mais que uma reta a ela paralela e que é equivalente ao «5.º postulado de Euclides» no sentido em que substituindo um pelo outro se obtêm axiomáticas equivalentes.
    3. Saber que é possível construir teorias modificando determinadas axiomáticas da Geometria Euclidiana que incluam o 5.º postulado de Euclides e substituindo-o pela respetiva negação, designar essas teorias por «Geometrias não-Euclidianas» e, no caso de não haver outras alterações à axiomática original para além desta substituição, saber que se designa a teoria resultante por «Geometria Hiperbólica» ou «de Lobachewski».

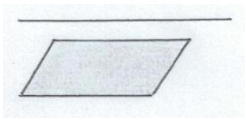
4. *Identificar posições relativas de retas no plano utilizando o axioma euclidiano de paralelismo*

    1. Demonstrar que se uma reta interseta uma de duas paralelas e é com elas complanar então interseta a outra.
    2. Demonstrar que são iguais os ângulos correspondentes determinados por uma secante em duas retas paralelas.
    3. Demonstrar que duas retas paralelas a uma terceira num dado plano são paralelas entre si.

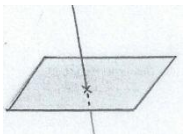
5. *Identificar planos paralelos, retas paralelas e retas paralelas a planos no espaço euclidiano*

    1. Saber que a interseção de dois planos não paralelos é uma reta e, nesse caso, designá-los por «planos concorrentes».

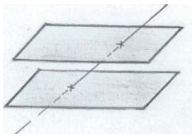
    2. Identificar uma reta como «paralela a um plano» quando não o intersetar.

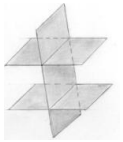
    3. Saber que uma reta que não é paralela a um plano nem está nele contida interseta-o exatamente num ponto, e, nesse caso, designá-la por «reta secante ao plano».

    4. Saber que se uma reta é secante a um de dois planos paralelos então é também secante ao outro.

    5. Saber que se um plano é concorrente com um de dois planos paralelos então é também concorrente com o outro e reconhecer que as retas interseção do primeiro com cada um dos outros dois são paralelas.

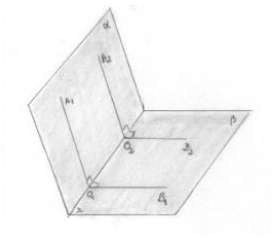
    

    6. Saber que duas retas paralelas a uma terceira (as três não necessariamente complanares) são paralelas entre si.
    7. Saber que é condição necessária e suficiente para que dois planos (distintos) sejam paralelos que exista um par de retas concorrentes em cada plano, duas a duas paralelas.

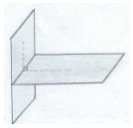
8. Provar que dois planos paralelos a um terceiro são paralelos entre si, saber que por um ponto fora de um plano passa um plano paralelo ao primeiro e provar que é único.

6. Identificar planos perpendiculares e retas perpendiculares a planos no espaço euclidiano

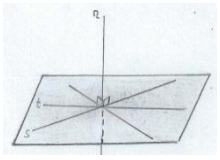
1. Reconhecer, dados dois planos α e β que se intersetam numa reta r, que são iguais dois quaisquer ângulos convexos $A_1O_1B_1$ e $A_2O_2B_2$ de vértices em r e lados perpendiculares a r de forma que os lados $\dot{O}_1A_1$ e $\dot{O}_2A_2$ estão num mesmo semiplano determinado por r em α e os lados $\dot{O}_1B_1$ e $\dot{O}_2B_2$ estão num mesmo semiplano determinado por r em β, e designar qualquer dos ângulos e a respetiva amplitude comum por «ângulo dos dois semiplanos».



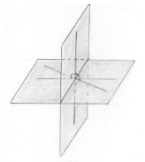
2. Designar por «semiplanos perpendiculares» dois semiplanos que formam um ângulo reto e por «planos perpendiculares» os respetivos planos suporte.



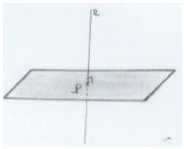
3. Saber que se uma reta r é perpendicular a duas retas s e t num mesmo ponto P, é igualmente perpendicular a todas as retas complanares a s e t que passam por P e que qualquer reta perpendicular a r que passa por P está contida no plano determinado pelas retas s e t.



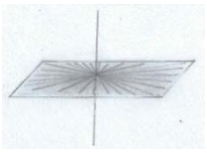
4. Identificar uma reta como «perpendicular a um plano» num ponto P quando é perpendicular em P a um par de retas distintas desse plano e justificar que uma reta perpendicular a um plano num ponto P é perpendicular a todas as retas do plano que passam por P.
5. Provar que é condição necessária e suficiente para que dois planos sejam perpendiculares que um deles contenha uma reta perpendicular ao outro.



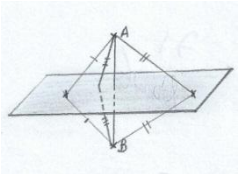
6. Saber que existe uma reta perpendicular a um plano passando por um dado ponto, provar que é única e designar a interseção da reta com o plano por «pé da perpendicular» e por «projeção ortogonal do ponto no plano» e, no caso em que o ponto pertence ao plano, a reta por «reta normal ao plano em A».



7. Saber, dada uma reta r e um ponto P, que existe um único plano perpendicular a r passando por P, reconhecer que é o lugar geométrico dos pontos do espaço que determinam com P, se pertencer a r, ou com o pé da perpendicular traçada de P para r, no caso contrário, uma reta perpendicular a r e designar esse plano por «plano perpendicular (ou normal) a r passando por P» e, no caso de P pertencer à reta, por «plano normal a r em P».



8. Reconhecer que se uma reta é perpendicular a um de dois planos paralelos então é perpendicular ao outro e que dois planos perpendiculares a uma mesma reta são paralelos.
9. Designar por «plano mediador» de um segmento de reta $[AB]$ o plano normal à reta suporte do segmento de reta no respetivo ponto médio e reconhecer que é o lugar geométrico dos pontos do espaço equidistantes de A e B.

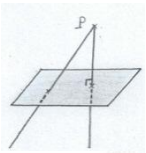


7. Resolver problemas

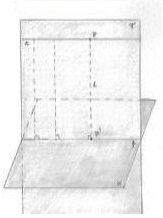
1. Resolver problemas envolvendo as posições relativas de retas e planos.

Medida

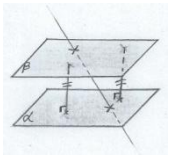
8. Definir distâncias entre pontos e planos, retas e planos e entre planos paralelos



1. Identificar, dado um ponto P e um plano π, a «distância entre o ponto e o plano» como a distância de P à respetiva projeção ortogonal em π e provar que é inferior à distância de P a qualquer outro ponto do plano.



2. Reconhecer, dada uma reta r paralela a um plano α, que o plano π definido pela reta r e pelo pé da perpendicular traçada de um ponto de r para α é perpendicular ao plano α, que os pontos da reta p interseção dos planos α e π são os pés das perpendiculares traçadas dos pontos da reta r para o plano π, designar p por «projeção ortogonal da reta r no plano α» e a distância entre as retas paralelas r e p por «distância entre a reta r e o plano α», justificando que é menor do que a distância de qualquer ponto de r a um ponto do plano distinto da respetiva projeção ortogonal.



3. Reconhecer, dados dois planos paralelos α e β, que são iguais as distâncias entre qualquer ponto de um e a respetiva projeção ortogonal no outro, designar esta distância comum por «distância entre os planos α e β» e justificar que é menor que a distância entre qualquer par de pontos, um em cada um dos planos, que não sejam projeção ortogonal um do outro.
4. Identificar a altura de uma pirâmide ou de um cone como a distância do vértice ao plano que contém a base e a altura de um prisma, relativamente a um par de bases, como a distância entre os planos que contêm as bases.

9. Comparar e calcular áreas e volumes

1. Saber que a decomposição de um prisma triangular reto em três pirâmides com o mesmo volume permite mostrar que a medida, em unidades cúbicas, do volume de qualquer pirâmide triangular é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área de uma base pela medida da altura correspondente.
2. Reconhecer, por decomposição em pirâmides triangulares, que a medida, em unidades cúbicas, do volume de qualquer pirâmide é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área da base pela medida da altura.
3. Saber que a medida, em unidades cúbicas, do volume de um cone é igual a um terço do produto da medida, em unidades quadradas, da área da base pela medida da altura, por se poder aproximar por volumes de pirâmides de bases inscritas e circunscritas à base do cone e o mesmo vértice.
4. Saber que a medida, em unidades cúbicas, do volume de uma esfera é igual a $\frac{4}{3}\pi R^3$, onde R é o raio da esfera.
5. Saber que, numa dada circunferência ou em circunferências iguais, o comprimento de um arco de circunferência e a área de um setor circular são diretamente proporcionais à amplitude do respetivo ângulo ao centro.
6. Saber que, numa dada circunferência ou em circunferências iguais, arcos (respetivamente setores circulares) com comprimentos (respetivamente áreas) iguais são geometricamente iguais.
7. Identificar a área da superfície de um poliedro como a soma das áreas das respetivas faces.
8. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a medida, em unidades quadradas, da área (da superfície) lateral de um cone reto é igual ao produto da medida do comprimento da geratriz pelo raio da base multiplicado por π, sabendo que pode ser aproximada pelas áreas (das superfícies) laterais de pirâmides com o mesmo vértice e bases inscritas ou circunscritas à base do

cone, ou, em alternativa, observando que a planificação da superfície lateral corresponde a um setor circular de raio igual à geratriz.

9. Saber que a medida, em unidades quadradas, da área de uma superfície esférica é igual a $4\pi R^2$, onde R é o raio da esfera.

10. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo o cálculo de áreas e volumes de sólidos.

Trigonometria

11. Definir e utilizar razões trigonométricas de ângulos agudos

1. Construir, dado um ângulo agudo θ, triângulos retângulos dos quais θ é um dos ângulos internos, traçando perpendiculares de um ponto qualquer, distinto do vértice, de um dos lados de θ para o outro lado, provar que todos os triângulos que assim se podem construir são semelhantes e também semelhantes a qualquer triângulo retângulo que tenha um ângulo interno igual a θ.
2. Designar, dado um ângulo agudo θ interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, por «seno de θ» o quociente entre as medidas do comprimento do cateto oposto a θ e da hipotenusa e representá-lo por $\sin(\theta)$, $\sin\theta$, $\operatorname{sen}(\theta)$ ou $\operatorname{sen}\theta$.
3. Designar, dado um ângulo agudo θ interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, por «cosseno de θ» o quociente entre as medidas do comprimento do cateto adjacente a θ e da hipotenusa e representá-lo por $\cos(\theta)$ ou $\cos\theta$.
4. Designar, dado um ângulo agudo θ interno a um triângulo retângulo e uma unidade de comprimento, por «tangente de θ» o quociente entre as medidas do comprimento do cateto oposto a θ e do cateto adjacente a θ e representá-lo por $\tan(\theta)$, $\tan\theta$, $\operatorname{tg}(\theta)$ ou $\operatorname{tg}\theta$.
5. Designar seno de θ, cosseno de θ e tangente de θ por «razões trigonométricas» de θ.
6. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento e dados dois ângulos θ e θ' com a mesma amplitude $\hat{\theta} = \hat{\theta}'$, que o seno, cosseno e tangente de θ são respetivamente iguais ao seno, cosseno e tangente de θ' e designá-los também respetivamente por seno, cosseno e tangente de $\hat{\theta}$.
7. Justificar que o valor de cada uma das razões trigonométricas de um ângulo agudo θ (e da respetiva amplitude) é independente da unidade de comprimento fixada.
8. Reconhecer que o seno e o cosseno de um ângulo agudo são números positivos menores do que 1.
9. Provar que a soma dos quadrados do seno e do cosseno de um ângulo agudo é igual a 1 e designar este resultado por «fórmula fundamental da Trigonometria».
10. Provar que a tangente de um ângulo agudo é igual à razão entre os respetivos seno e cosseno.
11. Provar que seno de um ângulo agudo é igual ao cosseno de um ângulo complementar.
12. Determinar, utilizando argumentos geométricos, as razões trigonométricas dos ângulos de $45°$, $30°$ e $60°$.
13. Utilizar uma tabela ou uma calculadora para determinar o valor (exato ou aproximado) da amplitude de um ângulo agudo a partir de uma das suas razões trigonométricas.

12. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias utilizando as razões trigonométricas dos ângulos de $45°$, $30°$ e $60°$.
2. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias utilizando ângulos agudos dados e as respetivas razões trigonométricas dadas por uma máquina de calcular ou por uma tabela.

3. Resolver problemas envolvendo a determinação de distâncias a pontos inacessíveis utilizando ângulos agudos e as respetivas razões trigonométricas.

Lugares Geométricos envolvendo pontos notáveis de triângulos

13. Identificar lugares geométricos

1. Provar que as mediatrizes dos lados de um triângulo se intersetam num ponto, designá-lo por «circuncentro do triângulo» e provar que o circuncentro é o centro da única circunferência circunscrita ao triângulo.
2. Provar que a bissetriz de um ângulo convexo é o lugar geométrico dos pontos do ângulo que são equidistantes das retas suportes dos lados do ângulo.
3. Provar que as bissetrizes dos ângulos internos de um triângulo se intersetam num ponto, designá-lo por «incentro do triângulo» e provar que o incentro é o centro da circunferência inscrita ao triângulo.
4. Saber que as retas suporte das três alturas de um triângulo são concorrentes e designar o ponto de interseção por «ortocentro» do triângulo.
5. Justificar que a reta que bisseta dois dos lados de um triângulo é paralela ao terceiro e utilizar semelhança de triângulos para mostrar que duas medianas se intersetam num ponto que dista do vértice $2/3$ do comprimento da respetiva mediana e concluir que as três medianas de um triângulo são concorrentes, designando-se o ponto de interseção por «baricentro», «centro de massa» ou «centroide» do triângulo.
6. Determinar, por construção, o incentro, circuncentro, ortocentro e baricentro de um triângulo.

14. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo lugares geométricos no plano.

Circunferência

15. Conhecer propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência

1. Identificar «arco de circunferência» como a interseção de uma dada circunferência com um ângulo ao centro e utilizar corretamente o termo «extremos de um arco».
2. Designar, dados dois pontos A e B de uma circunferência de centro O, não diametralmente opostos, por «arco menor AB», ou simplesmente «arco AB», o arco determinado na circunferência pelo ângulo ao centro convexo AOB.
3. Designar, dados dois pontos A e B de uma circunferência de centro O, não diametralmente opostos, por «arco maior AB», o arco determinado na circunferência pelo ângulo ao centro côncavo AOB.
4. Representar, dados três pontos A, B e P de uma dada circunferência, por arco APB o arco de extremos A e B que contém o ponto P.
5. Designar, dados dois pontos A e B de uma circunferência, por «corda AB» o segmento de reta $[AB]$, os arcos de extremos A e B por «arcos subtensos pela corda AB», e quando se tratar de um arco menor, designá-lo por «arco correspondente à corda AB».
6. Reconhecer, numa circunferência ou em circunferências iguais, que cordas e arcos determinados por ângulos ao centro iguais também são iguais e vice-versa.

7. Identificar a «amplitude de um arco de circunferência APB», como a amplitude do ângulo ao centro correspondente e representá-la por $\widehat{APB}$, ou simplesmente por $\widehat{AB}$ quando se tratar de um arco menor.
8. Reconhecer que são iguais arcos (respetivamente cordas) determinados por duas retas paralelas e entre elas compreendidos.
9. Demonstrar que qualquer reta que passa pelo centro de uma circunferência e é perpendicular a uma corda a bisseta, assim como aos arcos subtensos e aos ângulos ao centro correspondentes.
10. Designar por «ângulo inscrito» num arco de circunferência qualquer ângulo de vértice no arco e distinto dos extremos e com lados passando por eles, o arco por «arco capaz do ângulo inscrito» e utilizar corretamente a expressão «arco compreendido entre os lados» de um ângulo inscrito.
11. Demonstrar que a amplitude de um ângulo inscrito é igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os respetivos lados e, como corolários, que ângulos inscritos no mesmo arco têm a mesma amplitude e que um ângulo inscrito numa semicircunferência é um ângulo reto.
12. Designar por «segmento de círculo» a região do círculo compreendida entre uma corda e um arco por ela subtenso, dito «maior» quando o arco for maior e «menor» quando o arco for menor.
13. Provar que um ângulo de vértice num dos extremos de uma corda, um dos lados contendo a corda e o outro tangente à circunferência («ângulo do segmento»), tem amplitude igual a metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados.
14. Designar por ângulo «ex-inscrito num arco de circunferência» um ângulo adjacente a um ângulo inscrito e a ele suplementar, e provar que a amplitude de um ângulo ex-inscrito é igual à semissoma das amplitudes dos arcos correspondentes às cordas que as retas suporte dos lados contêm.
15. Provar que a amplitude de um ângulo convexo de vértice no interior de um círculo é igual à semissoma das amplitudes dos arcos compreendidos entre os lados do ângulo e os lados do ângulo verticalmente oposto.
16. Provar que a amplitude de um ângulo de vértice exterior a um círculo e cujos lados o intersetam é igual à semidiferença entre a maior e a menor das amplitudes dos arcos compreendidos entre os respetivos lados.
17. Provar que a soma das medidas das amplitudes, em graus, dos ângulos internos de um polígono convexo com n lados é igual a $(n-2)180$ e deduzir que a soma de n ângulos externos com vértices distintos é igual a um ângulo giro.
18. Provar que a soma dos ângulos opostos de um quadrilátero inscrito numa circunferência é igual a um ângulo raso.

16. Resolver problemas

1. Construir aproximadamente, utilizando um transferidor, um polígono regular com n lados inscrito numa circunferência, sendo conhecido um dos seus vértices e o centro da circunferência.
2. Resolver problemas envolvendo a amplitude de ângulos e arcos definidos numa circunferência.
3. Resolver problemas envolvendo a amplitude de ângulos internos e externos de polígonos regulares inscritos numa circunferência.

Funções algébricas

1. Definir funções de proporcionalidade inversa

1. Reconhecer, dada uma grandeza inversamente proporcional a outra, que, fixadas unidades, a «função de proporcionalidade inversa f» que associa à medida m da segunda a correspondente medida $y = f(m)$ da primeira satisfaz, para todo o número real positivo x, $f(xm) = \frac{1}{x} f(m)$ (ao multiplicar a variável independente m por um dado número positivo, a variável dependente $y = f(m)$ fica multiplicada pelo inverso desse número) e, considerando $m = 1$, que f é uma função dada por uma expressão da forma $f(x) = \frac{a}{x}$, onde $a = f(1)$ e concluir que a é a constante de proporcionalidade inversa.
2. Saber, fixado um referencial cartesiano no plano, que o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa é uma curva designada por «ramo de hipérbole» cuja reunião com a respetiva imagem pela reflexão central relativa à origem pertence a um conjunto mais geral de curvas do plano designadas por «hipérboles».

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo funções de proporcionalidade inversa em diversos contextos.

3. Interpretar graficamente soluções de equações do segundo grau

1. Saber, fixado um referencial cartesiano no plano, que o gráfico de uma função dada por uma expressão da forma $f(x) = ax^2$ (a número real não nulo) é uma curva designada por «parábola de eixo vertical e vértice na origem».
2. Reconhecer que o conjunto-solução da equação de 2.º grau $ax^2 + bx + c = 0$ é o conjunto das abcissas dos pontos de interseção da parábola de equação $y = ax^2$, com a reta de equação $y = -bx - c$.

Inequações

1. Resolver inequações do 1.º grau

1. Identificar, dadas duas funções numéricas f e g, uma «inequação» com uma «incógnita x» como uma expressão da forma «$f(x) < g(x)$», designar, neste contexto, «$f(x)$» por «primeiro membro da inequação», «$g(x)$» por «segundo membro da inequação», qualquer a tal que $f(a) < g(a)$ por «solução» da inequação e o conjunto das soluções por «conjunto-solução».
2. Designar uma inequação por «impossível» quando o conjunto-solução é vazio e por «possível» no caso contrário.
3. Identificar duas inequações como «equivalentes» quando tiverem o mesmo conjunto-solução.
4. Reconhecer que se obtém uma inequação equivalente a uma dada inequação adicionando ou subtraindo um mesmo número a ambos os membros, multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número positivo ou multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número negativo invertendo o sentido da desigualdade e designar estas propriedades por «princípios de equivalência».
5. Designar por «inequação do 1.º grau com uma incógnita» ou simplesmente «inequação do 1.º grau» qualquer inequação «$f(x) < g(x)$» tal que f e g são funções afins de coeficientes de x distintos e simplificar inequações do 1.º grau representando f e g na forma canónica.
6. Simplificar os membros de uma inequação do 1.º grau e aplicar os princípios de equivalência para mostrar que uma dada inequação do 1.º grau é equivalente a uma inequação em que o primeiro membro é dado por uma função linear de coeficiente não nulo e o segundo membro é constante ($ax < b$).
7. Resolver inequações do 1.º grau apresentando o conjunto-solução na forma de um intervalo.
8. Resolver conjunções e disjunções de inequações do 1.º grau e apresentar o conjunto-solução na forma de um intervalo ou como reunião de intervalos disjuntos.

2. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo inequações do 1.º grau.

Equações do 2.º grau

3. Completar quadrados e resolver equações do 2.º grau

1. Determinar, dado um polinómio do 2.º grau na variável x, $ax^2 + bx + c$, uma expressão equivalente da forma $a(x + d)^2 + e$, onde d e e são números reais e designar este procedimento por «completar o quadrado».
2. Resolver equações do 2.º grau começando por completar o quadrado e utilizando os casos notáveis da multiplicação.
3. Reconhecer que uma equação do segundo grau na variável x, $ax^2 + bx + c = 0$, é equivalente à equação $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ e designar a expressão $\Delta = b^2 - 4ac$ por «binómio discriminante» ou simplesmente «discriminante» da equação.

4. Reconhecer que uma equação do 2.º grau não tem soluções se o respetivo discriminante é negativo, tem uma única solução ($x = -\frac{b}{2a}$) se o discriminante é nulo e tem duas soluções ($x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$) se o discriminante for positivo, e designar este resultado por «fórmula resolvente».
5. Saber de memória a fórmula resolvente e aplicá-la à resolução de equações completas do 2.º grau.

4. Resolver problemas

1. Resolver problemas geométricos e algébricos envolvendo equações do 2.º grau.

Proporcionalidade Inversa

5. Relacionar grandezas inversamente proporcionais

1. Identificar uma grandeza como «inversamente proporcional» a outra quando dela depende de tal forma que, fixadas unidades, ao multiplicar a medida da segunda por um dado número positivo, a medida da primeira fica multiplicada pelo inverso desse número.
2. Reconhecer que uma grandeza é inversamente proporcional a outra da qual depende quando, fixadas unidades, o produto da medida da primeira pela medida da segunda é constante e utilizar corretamente o termo «constante de proporcionalidade inversa».
3. Reconhecer que se uma grandeza é inversamente proporcional a outra então a segunda é inversamente proporcional à primeira e as constantes de proporcionalidade inversa são iguais.

6. Resolver problemas

1. Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente e diretamente proporcionais em contextos variados.

Histogramas

1. *Organizar e representar dados em histogramas*

    1. Estender a noção de variável estatística quantitativa ao caso em que cada classe fica determinada por um intervalo de números, fechado à esquerda e aberto à direita, sendo esses intervalos disjuntos dois a dois e de união igual a um intervalo (e estender também ao caso em que se interseta cada um desses intervalos com um conjunto finito pré-determinado de números), designando também cada intervalo por «classe».
    2. Identificar uma variável estatística quantitativa como «discreta» quando cada classe fica determinada por um número ou um conjunto finito de números e como «contínua» quando se associa a cada classe um intervalo.
    3. Reagrupar as unidades de uma população em classes com base num conjunto de dados numéricos de modo que as classes tenham uma mesma amplitude pré-fixada e designar este processo por «agrupar os dados em classes da mesma amplitude».
    4. Identificar, considerado um conjunto de dados agrupados em classes, «histograma» como um gráfico de barras retangulares justapostas e tais que a área dos retângulos é diretamente proporcional à frequência absoluta (e portanto também à frequência relativa) de cada classe.
    5. Reconhecer que num histograma formado por retângulos de bases iguais, a respetiva altura é diretamente proporcional à frequência absoluta e à frequência relativa de cada classe.
    6. Representar, em histogramas, conjuntos de dados agrupados em classes da mesma amplitude.

2. *Resolver problemas*

    1. Resolver problemas envolvendo a representação de dados em tabelas de frequência, diagramas de caule-e-folhas e histogramas.

Probabilidade

3. *Utilizar corretamente a linguagem da probabilidade*

    1. Identificar uma «experiência» como um processo que conduz a um resultado pertencente a um conjunto previamente fixado designado por «universo dos resultados» ou «espaço amostral», não se dispondo de informação que permita excluir a possibilidade de ocorrência de qualquer desses resultados, designar os elementos do espaço amostral por «casos possíveis» e a experiência por «determinista» quando existe um único caso possível e «aleatória» em caso contrário.
    2. Designar por «acontecimento» qualquer subconjunto do universo dos resultados de uma experiência aleatória e os elementos de um acontecimento por «casos favoráveis» a esse acontecimento e utilizar a expressão «o acontecimento A ocorre» para significar que o resultado da experiência aleatória pertence ao conjunto A.
    3. Designar, dada uma experiência aleatória, o conjunto vazio por acontecimento «impossível», o universo dos resultados por acontecimento «certo», um acontecimento por «elementar» se existir apenas um caso que lhe seja favorável e por «composto» se existir mais do que um caso que lhe seja favorável.
    4. Designar dois acontecimentos por «incompatíveis» ou «disjuntos» quando a respetiva interseção for vazia e por «complementares» quando forem disjuntos e a respetiva reunião for igual ao espaço amostral.

5. Descrever experiências aleatórias que possam ser repetidas mantendo um mesmo universo de resultados e construídas de modo a que se espere, num número significativo de repetições, que cada um dos casos possíveis ocorra aproximadamente com a mesma frequência e designar os acontecimentos elementares dessas experiências por «equiprováveis».
6. Designar, dada uma experiência aleatória cujos casos possíveis sejam em número finito e equiprováveis, a «probabilidade» de um acontecimento como o quociente entre o número de casos favoráveis a esse acontecimento e o número de casos possíveis, designar esta definição por «regra de Laplace» ou «definição de Laplace de probabilidade» e utilizar corretamente os termos «mais provável», «igualmente provável», «possível», «impossível» e «certo» aplicados, neste contexto, a acontecimentos.
7. Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento, de entre os que estão associados a uma experiência aleatória cujos casos possíveis sejam em número finito e equiprováveis, é um número entre 0 e 1 e, nesse contexto, que é igual a 1 a soma das probabilidades de acontecimentos complementares.
8. Justificar que se A e B forem acontecimentos disjuntos se tem $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
9. Identificar e dar exemplos de acontecimentos possíveis, impossíveis, elementares, compostos, complementares, incompatíveis e associados a uma dada experiência aleatória.
10. Utilizar tabelas de dupla entrada e diagramas em árvore na resolução de problemas envolvendo a noção de probabilidade e a comparação das probabilidades de diferentes acontecimentos compostos.
11. Realizar experiências envolvendo a comparação das frequências relativas com as respetivas probabilidades de acontecimentos em experiências repetíveis (aleatórias), em casos em que se presume equiprobabilidade dos casos possíveis.